РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Д.А. Новиков

ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

Москва – 2004

УДК 007
ББК 32.81
Н 73

Новиков Д.А. **Институциональное управление организационными системами**. М.: ИПУ РАН, 2004. – 68 с.

Настоящая работа содержит результаты исследований теоретико-игровых моделей институционального управления, понимаемого как целенаправленное воздействие на ограничения и нормы деятельности участников организационных систем.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению организационными системами.

Рецензент: д.т.н., проф. А.В. Щепкин

Утверждено к печати Редакционным советом Института

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена исследованию такого типа управления организационными системами как *институциональное управление* – целенаправленное воздействие на ограничения и нормы деятельности участников организационных систем.

Изложение материала[1] имеет следующую структуру. Во втором разделе вводится классификация управлений, которая, совместно с кратким анализом проблематики институциональной экономики (раздел 3) позволяет выделить в качестве объектов управления ограничения деятельности и нормы деятельности, управление которыми рассматривается, соответственно, в разделах 4 и 5.

Заключение содержит краткое обсуждение основных результатов и перспектив дальнейших исследований.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ УПРАВЛЕНИЙ

В соответствии с определением, приведенным в [43, с. 195], *институт* – «1) в социологии – определенная организация общественной деятельности и социальных отношений, воплощающая в себе нормы экономической, политической, правовой, нравственной и т.п. жизни общества, а также социальные правила жизнедеятельности и поведения людей; 2) в праве – совокупность норм права, регулирующих какие-либо однородные обособленные общественные отношения». Таким образом, ключевым является понятие *нормы* – «узаконенного установления, признанного обязательным порядка» [43, с. 338].

Различают *явные* (например, закон, контракт, должностная инструкция и т.д.) и *неявные нормы* (например, этические нормы, организационная или корпоративная культура и т.д.). Как правило, явные нормы носят *ограничивающий характер*, а неявные – *побуждающий*, то есть, последние отражают то поведение субъекта, которого от него ожидают остальные.

---

[1] В написании отдельных разделов принимали участие В.И. Зинченко и К.А. Сухачев.

Для того чтобы определить место институционального управления среди других типов управления, перечислим параметры модели организационной (активной) системы (ОС) [8, 29]:

- *состав ОС* (участники, входящие в ОС, то есть ее элементы);
- *структура ОС* (совокупность информационных, управляющих, технологических и других связей между участниками ОС);
- *множества допустимых действий* участников ОС, отражающие, в том числе, институциональные, технологические и другие ограничения их совместной деятельности;
- *целевые функции* участников ОС, отражающие их предпочтения и интересы;
- *информированность* – та информация, которой обладают участники ОС на момент принятия решений о выбираемых стратегиях;
- *порядок функционирования*: последовательность получения информации и выбора стратегий участниками ОС.

Управление ОС, понимаемое как воздействие на управляемую систему с целью обеспечения требуемого ее поведения, может затрагивать каждый из шести перечисленных ее параметров. Следовательно, одним из оснований системы классификаций *механизмов управления* ОС (процедур принятия управленческих решений) является предмет управления – изменяемая в процессе и результате управления компонента ОС.

По этому основанию можно выделить: *управление составом* [15, 17, 27, 32], *управление структурой* [11, 30] (в которое обычно в рамках теоретико-игровых моделей включают управление порядком функционирования [30]), *институциональное управление* (управление «допустимыми множествами») [34], *мотивационное управление* [32-34] (управление предпочтениями и интересами – целевыми функциями) и *информационное управление* (управление информацией, которой обладают участники ОС на момент принятия решений) [36, 37] – см. рисунок 1.

В рамках введенной классификации институциональное управление понимается в узком смысле – как ограничивающее, в то время как побуждающий его аспект может быть отнесен к «стыку» институционального (в узком смысле), мотивационного и информационного управления (см. модели четвертого и пятого разделов). Поэтому ниже мы будем рассматривать как управление ограничениями деятельности (институтом ограничивающих норм), так и управление институтом побуждающих норм.

Рис. 1. Типы управлений ОС

Таким образом, предметом исследования в настоящей работе является ***институциональное управление*** **– целенаправленное воздействие на ограничения и нормы деятельности участников организационной системы**.

В качестве отступления отметим, что теоретико-игровые модели управления нормами деятельности практически не рассматривались, а модели управления ограничениями деятельности касались:

- игр с запрещенными ситуациями [12];
- динамических моделей [31], в которых множество допустимых действий агента зависело от параметра, выбираемого центром;
- производственных цепочек [34], в которых существует технология, накладывающая ограничения на последовательный выбор агентами своих действий;
- механизмов управления с сообщением информации [40], в которых центр, изменяя множества допустимых сообщений агентов, мог добиться неманипулируемости механизма (то есть того, чтобы всем агентам было выгодно сообщать достоверную информацию).

Кроме того, первоначально, роль институтов начала исследоваться в таком разделе экономической науки, как институциональная экономика, основные результаты которой кратко обсуждаются в следующем разделе.

3. ИНСТИТУЦИОНАЛЬНАЯ ЭКОНОМИКА

Институциональная экономика – раздел экономической теории, исследующий роль и влияние институтов [10, 38-44] и включающий два научных направления: *неоинституциональная экономика* (включая теории общественного выбора и прав собственности), связанная, в первую очередь, с именем Рональда Коуза, и *новая институциональная экономика* (Дуглас Норт).

Совокупность институтов образует институциональную структуру общества и экономики. Институты, – по мнению Дугласа Норта, – создают базовые структуры, с помощью которых люди снижают степень своей неуверенности. Институты по Д. Норту – «правила игры» в обществе, которые организуют отношения между людьми. В составе институтов Д. Норт выделяет три главных составляющих [38]:

- формальные правила (конституции, законы, административные акты, официально закрепленные нормы права);
- неформальные ограничения (традиции, обычаи договоры, соглашения, добровольно взятые на себя нормы поведения, неписаные кодексы чести, достоинства, профессионального самосознания и пр.);
- механизмы принуждения, обеспечивающие соблюдение правил (суды, полиция и т.д.).

Несмотря на нерядоположенность перечисления, можно видеть, что формальные правила отражают запрещающие нормы, а неформальные ограничения – побуждающие нормы.

Роль институтов – уменьшение неопределенности путем установления устойчивой, хотя и не всегда эффективной, структуры взаимодействия между людьми, определение и ограничение набора альтернатив, которые имеются у каждого человека. Институциональные предпосылки оказывают решающее влияние на то, какие именно организации возникают, и на то, как они развиваются. Но, в свою очередь, и организации оказывают влияние на процесс изменения институциональных рамок. Результирующее направление институциональных изменений формируется, во-первых, «эффектом блокировки», возникающим вследствие сращивания институтов и организаций на основе структуры побудительных мотивов, создаваемой этими институтами, и, во-вторых, обратным влиянием изменений в наборе возможностей на восприятие и реакцию индивидов [19].

В работах Д. Норта и его последователей построена общая концепция институтов и институциональной динамики, опирающаяся на понятия прав собственности, трансакционных издержек, контрактных отношений и групповых интересов. Благодаря освоению экономической наукой этих понятий стало возможно изучение институциональной структуры производства (институты влияют на экономические процессы тем, что, в том числе, оказывают воздействие на издержки обмена и производства). Отдельным и чрезвычайно важным вопросом, изучаемым институциональной экономикой, является роль государства (государственного регулирования) в экономике.

Таким образом, институты являются предметом исследований в институциональной экономике, однако, отсутствие соответствующих формальных моделей и конструктивных результатов делают возможным использование данного раздела экономической теории лишь в качестве методологической основы институционального управления ОС.

4. УПРАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Настоящий раздел посвящен рассмотрению теоретико-игровых моделей такой разновидности институционального управления как управление ограничениями деятельности. В подразделе 4.1 приводится используемый в теории управления подход к определению рационального поведения субъектов – описываются модели принятия ими решений на основании целевых функций. Затем формулируется задача управления ограничениями и обсуждаются методы ее решения (подраздел 4.2), исследуется взаимосвязь между институциональным и мотивационным управлением (подраздел 4.3) и приводятся результаты решения задач институционального управления в многоэлементных двухуровневых детерминированных организационных системах (подраздел 4.4). Заключительный подраздел 4.5 содержит обобщение полученных результатов на случай, когда поведение агентов описывается в рамках моделей ограниченной рациональности.

4.1. МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Рассмотрим *организационную систему* (ОС), состоящую из центра и агентов, обладающих свойством *активности,* то есть собственными предпочтениями и способностью самостоятельно предпринимать некоторые действия.

В соответствии с подходами теории иерархических игр [12] и теории активных систем [16] *центром* будем называть игрока, делающего ход первым (то есть *метаигрока,* обладающего правом устанавливать правила игры для других игроков), а *агентами* – игроков, делающих ход вторыми при известных им выборе первого игрока. В моделях управления социально-экономическими системами центр играет роль управляющего органа, агент – роль управляемого субъекта, причем первоначально распределение «ролей» может не быть фиксированным (см. модели сетевого взаимодействия в [30]).

Для решения задачи выбора оптимального управляющего воздействия (объектами этого воздействия могут быть перечисленные во втором разделе параметры ОС) центр должен уметь предсказывать поведение управляемых субъектов, следовательно, он должен использовать ту или иную модель принятия решений агентами.

Опишем, следуя [16], модель принятия решений одним агентом (случай индивидуального принятия решений). Пусть агент способен выбирать некоторое *действие* y из множества A допустимых действий. В результате выбора действия $y \in A$ агент получает выигрыш $f(y)$, где $f: A \to \Re^1$ – действительнозначная *целевая функция*, отражающая предпочтения агента.

Примем *гипотезу рационального поведения* (ГРП) [16, 29], заключающуюся в том, что агент с учетом всей имеющейся у него информации выбирает действия, которые наиболее предпочтительны с точки зрения значений своей целевой функции. В соответствии с гипотезой рационального поведения агент выбирает альтернативу из множества «лучших» альтернатив. В рассматриваемом случае это множество является множеством альтернатив, на которых достигается максимум целевой функции.

Следовательно, выбор действия агентом определяется *правилом индивидуального рационального выбора* $P(f, A)$ Í A, которое выделяет множество наиболее предпочтительных с точки зрения агента действий[1]: $C(f, A) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A} f(y)$.

Можно усложнить модель, предположив, что выигрыш агента определяется не только его собственными действиями, но и значением неопределенного параметра q Î W – *состояния природы*. То есть в результате выбора действия y Î A и реализации состояния природы q Î W агент получает выигрыш $f(q, y)$, где f: W ´ A ® $\hat{A}^1$.

Если выигрыш агента зависит, помимо его действий, от неопределенного параметра – состояния природы, то в общем случае не существует однозначно «лучшего» действия – принимая решение о выбираемом действии, агент должен «предсказывать» состояние природы.

Поэтому введем *гипотезу детерминизма*, заключающуюся в том, что агент стремится устранить с учетом всей имеющейся у него информации существующую неопределенность и принимать решения в условиях полной информированности [16, 33] (другими словами, окончательный критерий, которым руководствуется агент, принимающий решения, не должен содержать неопределенных параметров).

В зависимости от той *информации* I, которой обладает агент о неопределенных параметрах, различают [29, 33]: *интервальную неопределенность* (когда известно только множество W возможных значений неопределенных параметров); *вероятностную неопределенность* (когда, помимо множества W возможных значений неоп-

---

[1] *При использовании максимумов и минимумов подразумевается, что они достигаются.*

ределенных параметров, известно их вероятностное распределение $p(q)$); *нечеткую неопределенность* (когда, помимо множества W возможных значений неопределенных параметров, известна функция принадлежности их значений).

Интервальная неопределенность устраняется вычислением *максимального гарантированного результата* (МГР), вероятностная – ожидаемого значения целевой функции, нечеткая – множества максимально недоминируемых альтернатив. Обозначим $f \underset{I}{\Rightarrow} \tilde{f}$ – процедуру устранения неопределенности, то есть процесс перехода от целевой функции $f(q, y)$ к целевой функции $\tilde{f}(y)$, которая не зависит от неопределенных параметров. В соответствии с введенным предположением в случае интервальной неопределенности $\tilde{f}(y) = \min\limits_{q \in \Omega} f(q, y)$, в случае вероятностной неопределенности $\tilde{f}(y) = \int\limits_{\Omega} f(y, q)\, p(q)\, dq$ и т.д. [29, 33].

Устранив неопределенность, получаем детерминированную модель, то есть правило индивидуального рационального выбора имеет вид:

$$C(f, A, I) = \mathrm{Arg} \max_{y \in A} \tilde{f}(y),$$

где I – информация, используемая агентом при устранении неопределенности $f \underset{I}{\Rightarrow} \tilde{f}$.

До сих пор мы рассматривали индивидуальное принятие решений. Возможна и *игровая неопределенность*, отражающая совместное принятие решений несколькими агентами (при заданных управлениях со стороны центра), в рамках которой существенными являются предположения агента о множестве возможных значений *обстановки игры* (действий других агентов, выбираемых ими в рамках тех или иных неточно известных рассматриваемому агенту принципов поведения). При игровой неопределенности в качестве предсказуемого и устойчивого исхода игры агентов выбирается та или иная концепция равновесия [16]. Более подробное рассмотрение моделей принятия решений в условиях игровой неопределенности приводится ниже при описании соответствующих задач институционального управления.

Завершив краткое рассмотрение модели принятия решений и подчеркнув, что выбор агента зависит от множества, из которого этот выбор производится, перейдем к постановке задачи институционального управления как управления ограничениями деятельности (модели управления нормами деятельности рассматриваются в пятом разделе).

4.2. ЗАДАЧА ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В соответствии с результатами предыдущего раздела выбор агента из множества A, максимизирующий его целевую функцию $f(\cdot)$, есть $C(f, A) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A} f(y)$. Предположим, что задано некоторое универсальное множество X, и задачей центра (задачей институционального управления – как управления ограничениями) является выбор ограничения $B \subseteq X$ множества допустимых действий агента с учетом того, что последний выберет действие из множества $C(f, B) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in B} f(y)$.

Пусть предпочтения центра заданы функционалом $F(y, B): X \times 2^X \to \Re^1$, позволяющим сравнивать пары «действие агента – множество его допустимых действий».

Зависимость предпочтений центра от множества B допустимых действий агента обусловлена тем, что введение тех или иных ограничений может потребовать от центра определенных затрат. Если функционал центра $F(y)$ не зависит от допустимого множества B, то задача институционального управления вырождается: центру достаточно выбрать $B = \{x\}$, где $x = \arg \max\limits_{y \in X} F(y)$.

В соответствии с общим подходом теории управления к постановке задачи управления [16, 29, 32], назовем *эффективностью институционального управления* $B \subseteq X$ следующую величину:

(1) $K(B) = \max\limits_{y \in C(f, B)} F(y, B)$.

При определении эффективности (1) предполагается, что агент благожелательно настроен к центру и из множества максимумов своей целевой функции выбирает действие, которое наиболее благоприятно с точки зрения центра.

Задача институционального управления заключается в выборе *оптимального институционального управления* $B^* \subseteq X$, то есть допустимого управления, имеющего максимальную эффективность:

(2) $K(B) \to \max\limits_{B \in 2^X}$,

то есть

(3) $B^* = \arg \max\limits_{B \in 2^X} \max\limits_{y \in C(f, B)} F(y, B)$.

Перебор всех элементов булеана 2^X множества X может оказаться чрезвычайно трудоемкой задачей даже в случае конечного множества X. В случае же бесконечного множества X эта задача может оказаться неразрешимой. Поэтому рассмотрим ряд случаев, в которых удается использовать специфику целевых функций и/или допустимых множеств для того, чтобы свести задачу (2) к той или иной известной задаче.

Предположим, что целевая функция агента непрерывна и действительнозначна, а множество X – компакт в $\mathbb{R}^m$. Определим следующие величины и множества:

(4) $f^- = \min\limits_{y \in X} f(y)$,

(5) $f^+ = \max\limits_{y \in X} f(y)$,

(6) $l(w) = \{y \in X \mid f(y) \le w\}$, $w \in [f^-; f^+]$,

(7) $h(w) = \{y \in X \mid f(y) = w\}$, $w \in [f^-; f^+]$,

(8) $L(x) = \{y \in X \mid f(y) \le f(x)\}$, $x \in X$,

(9) $x(B) = \arg \max\limits_{y \in C(f, B)} F(y, B)$, $B \subseteq X$,

(10) $B(x) = \arg \max\limits_{B \in \{D \in 2^X \mid x \in C(f, D)\}} F(y, B)$, $x \in X$.

В рамках введенных определений имеет место

(11) $x \in C(f, L(x))$, $x \in X$,

(12) $h(w) = C(f, l(w))$, $w \in [f^-; f^+]$,

поэтому задачу (2)-(3) можно записать в виде

(13) $B^* = B(y^*)$,

где

(14) $y^* = \arg\max_{y \in X} F(y, B(y))$,

или в виде

(15) $B^* = \arg\max_{B \in 2^X} F(x(B), B)$.

Видно, что задачи нахождения максимумов (14) и (15) в общем случае не проще чем исходная задача (3). Поэтому рассмотрим случай, когда задана параметрическая (с параметрами $a \in [0; 1]$ и $x_0 \in X$) система множеств M_a, такая, что $M_0 = x_0$, $M_1 = X$ и $\forall\ 0 \le a \le b \le 1$, $M_a \subseteq M_b$.

Величина a может интерпретироваться как «степень централизации управления» [29] – значение $a = 0$ соответствует полной централизации («все, кроме x_0, запрещено»), значение $a = 1$ соответствует полной децентрализации («все разрешено»).

Определим функционал $F_a(y) = F(y, M_a)$, $y \in X$, $a \in [0; 1]$. Тогда при фиксированном $x_0 \in X$ в качестве институционального управления можно рассматривать параметр a, а его эффективностью считать величину (ср. с (1)):

(16) $K(a) = \max_{y \in C(f, M_a)} F_a(y)$.

В рамках рассматриваемой модели задача институционального управления примет вид

(17) $K(a) \to \max_{a \in [0;1]}$,

а оптимальным будет значение

(18) $a^* = \arg\max_{a \in [0;1]} \max_{y \in C(f, M_a)} F_a(y)$.

По аналогии с (4)-(14) задача (17) может быть преобразована следующим образом. Обозначим

(19) $x(a) = \arg\max_{y \in C(f, M_a)} F_a(y)$, $a \in [0; 1]$,

(20) $a(x) = \arg\max_{a \in \{b \in [0;1] \| x \in C(f, M_a)\}} F_a(y)$, $x \in X$.

(21) $y^* = \arg\max_{y \in X} F_{a(y)}(y)$,

(22) $a^* = \arg \max\limits_{a \in [0;1]} F_a(x(a))$.

Задачи (21) и (22) являются стандартными оптимизационными задачами, поэтому основная сложность заключатся в вычислении зависимостей (19) и (20). Для этого необходимо определять множества, по которым берутся максимумы – множество выбора агента при заданном институциональном управлении в (19) и множество таких институциональных управлений, при которых данное действие доставляет максимум целевой функции агента (см. (20)).

Предположим, что функция $f(\cdot)$ на допустимом множестве X имеет конечное число n локальных максимумов. Обозначим x_1, x_2, …, x_n – точки максимума (как минимум, один из них – глобальный), которые занумерованы так, что a_1 £ a_2 £ … £ a_n, где a_i = min {a Î [0; 1] | x_i Î M_a}, $i = \overline{1,n}$. Тогда $x(a)$ – непрерывная справа функция с точками разрыва $\{a_i\}_{i = \overline{1,n}}$.

Обозначим a' = min {a Î [0; 1] | $\max\limits_{y \in X} f(y) = \max\limits_{y \in M_a} f(y)$}.

В качестве примера рассмотрим случай, когда X Í Â^1, а $f(\cdot)$ – вогнутая функция. Тогда существует единственный максимум x_1 и $x(a)$ – непрерывная функция при a Î [0; a'], а (22) является стандартной оптимизационной задачей.

Пусть $X = [0; 1]$, $F(y) = y - g\,y^2$, где $g > 0$ – константа, $M_a = [0; a]$, $f(y) = y - y^2$. Тогда $a' = 1/2$, и $x(a) = \begin{cases} a, & a \in [0; a'] \\ 1/2, & a \notin [0; a'] \end{cases}$,

а $F_a(x(a)) = x(a) - g\,a^2 = a - g\,a^2$ при a Î [0; 1/2] и $F_a(x(a)) = 1/2 - g/4$ при a Î [1/2; 1]. Решением задачи институционального управления является $a^* = \begin{cases} 1/2g, & g \geq 1 \\ 1/2, & g \in [0;1] \end{cases}$.

4.3. ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЕ И МОТИВАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Введем в целевую функцию центра в явном виде затраты $Q(B)$, Q: $2^X \to \Re^1$, на управление ограничениями B:

(1) $F(y, B) = H(y) - Q(B)$,

где $H(y)$, H: $X \to \Re^1$, – функция дохода центра.

Определим множества

(2) $D(x) = \{y \in X \mid f(y) > f(x)\}$, $x \in X$.

Очевидно, что $y \in C(f(x), B)$ тогда и только тогда, когда $D(y) \cap B = \varnothing$, поэтому управление ограничениями можно рассматривать не только как выбор множества допустимых действий агента, но и как запрет выбора определенных его действий. Определим "стоимость запрета":

(3) $q(x) = \min\limits_{\{B \subseteq X \mid B \cap D(x) = \varnothing\}} Q(B)$, $x \in X$.

Величина $q(x)$, определяемая выражением (3), может рассматриваться как *минимальные затраты центра на институциональное управление* по реализации (побуждения агента к выбору) действия $x \in X$.

При известных минимальных затратах центра на институциональное управление задача институционального управления сводится к задаче оптимального согласованного планирования – определить оптимальное реализуемое действие агента, то есть

(4) $x_I^* = \arg\max\limits_{y \in X} [H(y) - q(y)]$.

Эффективность институционального управления при этом равна

(5) $K_I = H(x_I^*) - q(x_I^*)$.

Рассмотрим теперь мотивационное управление, которое заключается в побуждении центром агента к выбору определенных действий за счет введения системы доплат, зависящих от этого выбора. Другими словами, центр поощряет агента в случае выбора требуемых действий (планов). Известно [29, 32], что минимальные затраты центра на мотивационное управление по реализации (побуждения агента к выбору) действия $x \in X$ равны

(6) $c(x) = \max\limits_{y \in X} f(y) - f(x)$, $x \in X$.

Используя систему стимулирования

$$s(x, y) = \begin{cases} c(x) + \Delta, & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases},$$

где $\Delta > 0$ – сколь угодно малая строго положительная константа, центр побуждает агента выбрать действие $x \in X$ как единственную точку максимума его целевой функции $f(y) + s(x, y)$.

При известных минимальных затратах центра на мотивационное управление задача мотивационного управления сводится к задаче оптимального согласованного планирования – определить оптимальное реализуемое действие агента, то есть

(7) $x_m^* = \arg \max\limits_{y \in X} [H(y) – c(y)]$.

Эффективность мотивационного управления при этом равна

(8) $K_m = H(x_m^*) – q(x_m^*)$.

Сравнение минимальных затрат центра на управление (3) и (6) позволяет делать выводы о сравнительной эффективности институционального и мотивационного управления. Таким образом, мы обосновали справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 1.</u> Для того чтобы $K_I \geq K_m$, то есть, эффективность институционального управления была не ниже эффективности мотивационного управления, достаточно, чтобы имело место

(9) $\forall\ x \in X\ \ q(x) \leq c(x)$.

Отметим, что условие (9) является достаточно грубым и, естественно, не является необходимым условием.

На практике, институциональное и мотивационное управления используются совместно, то есть, выбор некоторых действий запрещается центром, а за некоторые из разрешенных действий он устанавливает дополнительные вознаграждения. Поэтому рассмотрим формальную модель, позволяющую определить рациональный баланс между институциональным и мотивационным управлением.

Так как в рамках мотивационного управления агент производит выбор действия, максимизирующего его целевую функцию (с учетом установленного центром стимулирования) на множестве допустимых действий, а "допустимые" действия агента определяются институциональным управлением со стороны центра, то определим по аналогии с (6) минимальные затраты центра на мотивационное управление по реализации (побуждения агента к выбору) действия $x \in B$:

(10) $c(x, B) = \max_{y \in B} f(y) - f(x), x \in B$.

Тогда целевую функцию центра (1) можно записать в виде

(11) $F(y, B) = H(y) - c(y, B) - Q(B), y \in B, B \subseteq X$.

Первое слагаемое – доход центра, второе слагаемое – затраты по обеспечению выбора агентом из множества B именно действия y, третье слагаемое – затраты на институциональное управление.

Вычислим минимальные затраты центра на совместное институциональное и мотивационное управление по реализации (побуждения агента к выбору) действия $x \in X$

(12) $G(y) = \min_{\{B \subseteq X \mid y \in B\}} \{c(y, B) + Q(B)\}, y \in X$.

Если известна зависимость (12), то задача совместного мотивационного и институционального управления заключается в решении задачи оптимального согласованного планирования:

(13) $x^* = \arg \max_{y \in X} [H(y) - g(y)]$.

В качестве иллюстрации вернемся к примеру, рассмотренному в конце предыдущего подраздела. Пусть $X = [0; 1]$, $H(y) = y$, $M_a = [0; a]$, $Q(a) = g\, a^2$, где $g > 0$ – константа, $f(y) = y - y^2$. Тогда $c(u, a) = f(\min\{a; 1/2\}) - f(y)$, $G(y) = \min_{a \in [0; y]} \{f(\min\{a; 1/2\}) - f(y) - Q(a)\}$, то есть

$x^* = \max_{y \in [0;1]} [y - \min_{a \in [0; y]} \{\min\{a; 1/2\} - (\min\{a; 1/2\})^2 - y + y^2 + g\, a^2\}]$.

Таким образом, результаты настоящего подраздела позволяют сравнивать эффективности институционального и мотивационного управления, а также определять рациональный баланс между запретами и мотивацией агента. Следует отметить, что высокая сложность задач институционального управления приводит к тому, что на практике они решаются либо для частных случаев (ситуаций, когда множества допустимых действий или варианты накладываемых ограничений конечны[1]), либо путем сравнения конечного числа вариантов управлений определяется не оптимальный, а рациональный вариант, эффективность которого устраивает центр.

4.4. ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрим, следуя [34], ОС, состоящую из одного центра и n агентов с целевыми функциями $f_i(y)$, $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Предположим, что, помимо индивидуальных ограничений на множества допустимых стратегий: $y_i \in A_i$, $i \in N$, существуют глобальные ограничения B на выбор состояний агентами, то есть $y \in A' \cap B$, где $A' = \prod_{i=1}^{n} A_i$.

Можно выделить несколько методов учета глобальных ограничений, то есть методов сведения теоретико-игровых моделей с глобальными ограничениями на множества допустимых стратегий игроков к моделям, для которых имеет место *гипотеза независимого поведения* (ГНП), в соответствии с которой допустимым является любой вектор действий агентов, все компоненты которого принадлежат соответствующим допустимым множествам (другими словами, отсутствуют ограничения, кроме $y \in A' = \prod_{i=1}^{n} A_i$).

Метод штрафов. Данный метод заключается в том, что в случае, когда вектор действий агентов оказывается вне множества B (то есть $y \notin B$), целевые функции игроков считаются равными минус бесконечности – игроки штрафуются за нарушение ограничений. Далее можно рассматривать игру с «новыми» целевыми функциями, в которой отсутствуют глобальные ограничения. В зависимости от информированности игроков и того, кто из игроков

[1] *Задачу управления ограничениями можно формулировать и следующим образом: существует конечное число возможных ограничений, требуется найти оптимальную комбинацию этих ограничений. Данная задача дискретной оптимизации может быть решена методом динамического программирования.*

нарушает глобальные ограничения, строятся гарантирующие стратегии [12].

Метод расширения стратегий. В исходной игре все агенты выбирают свои стратегии одновременно и независимо, не обмениваясь информацией с другими игроками (возможность и целесообразность обмена информацией – информационные расширения игр – в играх с запрещенными ситуациями описаны в [12]). Можно рассмотреть игру, в которой каждый из игроков делает предположения о выборе других игроков или реакции других игроков на выбор им той или иной стратегии. В подобных играх используют концепцию П-решения (см. также Байесовское равновесие, равновесие Штакельберга и др. [16, 37, 50]), которая включает в себя максиминные равновесия, равновесия Нэша и ряд других как частные случаи.

Существует несколько частных случаев, в которых учет глобальных ограничений производится «автоматически». Если у каждого из игроков имеется доминантная стратегия (или в игре существует единственное равновесие Нэша), и игра характеризуется полной информированностью, то каждый из игроков может вычислить доминантные стратегии всех остальных игроков (соответственно – точку Нэша). Если при этом вектор доминантных стратегий (или точка Нэша) удовлетворяют глобальным ограничениям, то проблем их учета не возникает.

Отметим, что метод расширения стратегий зачастую требует от исследователя операций введения трудно обосновываемых предположений о принципах поведения игроков.

Если в методе штрафов и в методе расширения стратегий никак не оговаривалось наличие управления со стороны центра, то следующие два метода учета глобальных ограничений существенно используют управляющие возможности центра.

Метод согласования. Основная идея метода согласования заключается в следующем (см. также двухшаговый метод решения вероятностных и др. задач стимулирования и метод согласованного планирования [29, 32, 33]). На первом шаге решения задачи управления (стимулирования) центр для каждого вектора действий, принадлежащего множеству A' (без учета глобальных ограничений) ищет допустимое управление, при котором данный вектор действий принадлежит множеству решений игры агентов. Результатом первого шага, например, в задаче стимулирования, является множество A_M действий агентов, реализуемых при данных ограничениях M на систему стимулирования, A_M Í A'. Затем на втором шаге центр ищет множество A^* действий агентов, которые, во-первых, реализуемы, во-вторых, удовлетворяют заданным глобальным ограничениям B, и на которых достигается максимум его целевой функции – см. предыдущий раздел. То есть, на втором шаге центр решает следующую задачу:

(1) $A^* = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A_M \cap B} F(y)$.

Максимальная эффективность управления при этом равна $F(y^*)$, где y^* – произвольный элемент множества A^*.

Метод изменения порядка функционирования. Обычно предполагается, что при известной стратегии центра агенты выбирают свои действия одновременно и независимо. Если центр (как метаигрок) может изменить порядок функционирования, то есть последовательность получения информации и выбора стратегий агентами, то, варьируя последовательность выбора стратегий агентами, можно существенно упростить задачу учета глобальных ограничений. Если существует нумерация агентов, такая что допустимые множества имеют вид: $A_i = A_i(y_1, y_2, \dots, y_{i-1})$, то каждый агент должен при выборе своей стратегии учитывать ограничения, наложенные совместно глобальным ограничением и уже выбранными стратегиями агентов с меньшими номерами.

Например, допустимой с рассматриваемой точки зрения является последовательность функционирования ОС, имеющая вид сетевого графика (без контуров). Частным случаем является последовательный выбор стратегий агентами – так называемые производственные цепочки [34].

Еще раз подчеркнем, что возможность использования метода изменения порядка функционирования должна быть предусмотрена «правилами игры», то есть, учтена в модели ОС. Кроме того, следует иметь в виду, что множество равновесий в новой «иерархической» игре может отличаться то множества равновесий в исходной игре [30, 35].

Закончив перечисление методов учета глобальных ограничений, перейдем к систематическому описанию различных вариантов взаимозависимости и взаимосвязи агентов в многоэлементных ОС.

Взаимозависимость и взаимосвязь агентов. В [34] ОС с зависимыми агентами были названы системы, в которых либо существуют глобальные ограничения на множество возможных действий, либо/и целевая функция каждого агента зависит не только от его собственных действий, но и от действий других агентов. Для того чтобы различать эти два случая, мы будем придерживаться следующей терминологии: если агенты производят свой выбор независимо (отсутствуют глобальные ограничения на вектор действий агентов), и целевая функция каждого агента зависит только от его собственной стратегии, и отсутствуют общие ограничения на управляющие переменные (допустимые функции стимулирования и т.д.), то такую ОС будем называть *ОС с независимыми и несвязанными агентами*[1]. Если добавляются общие ограничения на управления, то такие ОС будем называть *ОС со слабо связанными агентами* (агенты оказываются связаны косвенно – через ограничения на стратегии центра) [29, 33, 34]. Если добавляется зависимость целевой функции агентов от обстановки игры, то такую ОС будем называть *ОС с сильно связанными* (но *независимыми*!) агентами. Если добавляются только общие ограничения на множество стратегий агентов системы, то такую ОС будем называть *ОС с зависимыми агентами* (см. таблицу 1 ниже).

В [32, 34] исследовались задачи стимулирования в ОС с сильно связанными и независимыми агентами. В рамках гипотезы независимого поведения оптимальным оказывалось использование центром принципа декомпозиции игры агентов. Этот принцип заключается в следующем. Центр обещает каждому агенту: «я компенсирую твои затраты (подставив в них сложившуюся ситуацию игры) только в том случае, если твое действие совпадет с планом, во всех остальных случаях твое вознаграждение будет равным нулю». Использование такого управления реализует вектор планов как равновесие в доминантных стратегиях игры аген-

---

[1] *Таким образом, «независимость» агентов отражает свойства множеств их допустимых стратегий, а «связанность» – зависимость целевой функции агента от действий других агентов или наличие общих ограничений на управление.*

тов. Рассмотрим теперь, как изменится этот результат в случае, когда агенты зависимы, то есть, когда существуют глобальные ограничения на совместный выбор агентами своих действий.

Метод штрафов в задачах стимулирования в многоэлементных ОС имеет следующий вид. В общем случае считаем, что затраты агентов несепарабельны и приравниваем их минус бесконечности при недопустимых (с точки зрения глобальных ограничений) действиях агентов, после чего применяем технику анализа, описанную в [34] для ОС с независимыми агентами.

Метод согласования может использоваться в приведенном выше виде без каких-либо изменений. Напомним, что при решении задач стимулирования в многоэлементных ОС реализуемый оптимальной квазикомпенсаторной системой стимулирования вектор действий агентов входит в эту систему стимулирования как параметр [34]. Поэтому, в более общем случае, охватывающем и метод штрафов, и метод согласования, можно считать, что на агентов (или центр, что то же самое в силу оптимальности компенсаторных систем стимулирования) наложены штрафы следующего вида: $c_i(y) = \begin{cases} \tilde{c}_i(y), & y \notin A' \cap B \\ 0, & y \in A' \cap B \end{cases}$, где $\tilde{c}_i(y)$ – некоторые неотрицательные функции, i Î N. Тогда, если A_M – множество реализуемых действий, определяемых без учета глобальных ограничений на действия агентов, то целевая функция центра в задаче стимулирования (с учетом глобальных ограничений) имеет вид:

(2) $F(y) = H(y) - \sum_{i=1}^{n} \{c_i(y) + c_i(y)\}$.

Задача планирования запишется в виде:

(3) $x^* = \arg \max_{x \in A_M} [H(y) - \sum_{i=1}^{n} \{c_i(y) + c_i(y)\}]$,

а максимальная эффективность[1] стимулирования (эффективность оптимальной системы стимулирования) равна $K^* = F(x^*)$.

[1] *Мы не будем останавливаться подробно на таких простых утверждениях, следующих из анализа выражений* (1)-(3)*, как то, что с расширением множеств* A_M (*то есть с ростом возможностей центра по управлению*) *и* B (*ослаблением внешних – глобальных – ограничений*) *эффективность стимулирования не уменьшается и т.д.*

В таблице 1 представлены возможные комбинации глобальных ограничений («+» – наличие глобальных ограничений, «-» – отсутствие глобальных ограничений) на множества допустимых стратегий агентов, их целевые функции и управления.

Таблица 1

Классификация взаимосвязанности и взаимозависимости агентов

	Множества допустимых стратегий агентов	Целевые функции агентов	Управления (допустимые стратегии центра)	Тип ОС
1.	-	-	-	ОС с независимыми и несвязанными агентами
2.	+	-	-	ОС с зависимыми и несвязанными агентами
3.	+	+	-	ОС с зависимыми и сильно связанными агентами
4.	+	-	+	ОС с зависимыми и слабо связанными агентами
5.	-	+	-	ОС с независимыми и сильно связанными агентами
6.	-	-	+	ОС с независимыми и слабо связанными агентами
7.	-	+	+	ОС с независимыми и сильно связанными агентами
8.	+	+	+	ОС с зависимыми и сильно связанными агентами

Рассмотрим, следуя [34], кратко все восемь случаев (см. таблицу 1) и покажем для них, что при решении задач стимулирования в многоэлементных ОС с зависимыми агентами учет глобальных ограничений на множества допустимых действий агентов возможно осуществлять, применяя как метод штрафов, так и метод согласования, причем их использование не изменяет результатов [32, 34] анализа систем с независимыми агентами.

Качественное обоснование справедливости последнего утверждения таково – взаимосвязь агентов (в смысле целевых функций) учитывается при решении задач стимулирования, а, используя выражения (2) и (3), удается декомпозировать и учесть «независимо» факторы, связанные с ограничениями на множества допустимых стратегий агентов и центра. Другими словами, в общем случае алгоритм действий при учете глобальных ограничений таков: для любой задачи стимулирования на втором этапе решения (этапе поиска оптимального для центра реализуемого действия) максимизация целевой функции центра ведется не по всему множеству A' допустимых действий агентов, а по множеству: A' Ç B Ç A_M.

При этом «автоматически» обеспечивается учет глобальных ограничений как на действия агентов, так и на стимулирование.

Случай 1. *ОС с независимыми и несвязанными агентами*. Очевидно, что многоэлементная ОС с независимыми и несвязанными агентами может быть представлена в виде набора невзаимодействующих одноэлементных ОС (ни согласование с глобальными ограничениями, ни штрафы в данном случае не требуются). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множествам A_i, i Î N, независимо.

Случай 2. *ОС с зависимыми и несвязанными агентами*. Отметим, что в работе [12] при описании игр с запрещенными ситуациями взаимозависимость агентов отражалась следующим образом: целевая функция i-го агента определялась как

$$f_i(y) = \begin{cases} w_i(y), & y \in B_i \\ -\infty, & y \notin B_i \end{cases}, \text{ где } B_i \text{ Í } A', i \text{ Î } N.$$

Если " i Î N $B_i = B$, то имеет место случай одинаковых ограничений. В дальнейшем мы по умолчанию ограничимся случаем одинаковых ограничений, в котором центр имеет возможность использовать индивидуальное стимулирование для каждого агента, рассматривая в качестве реализуемых только вектора действий, принадлежащие множеству допустимых с точки зрения глобальных ограничений (метод согласования), то есть на втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множеству A' Ç B.

Случай 3. *ОС с зависимыми и сильно связанными агентами* (глобальные ограничения на управление отсутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра также ведется по множеству $A’$ Ç B.

Случай 4. *ОС с зависимыми и слабо связанными агентами* (глобальные ограничения на управление присутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множеству $A’$ Ç B Ç A_M.

Случай 5. *ОС с независимыми и сильно связанными агентами* (глобальные ограничения на управление отсутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множеству $A’$.

Случай 6. *ОС с независимыми и слабо связанными агентами* (глобальные ограничения на управление присутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множеству $A’$ Ç A_M. Как отмечалось выше, задача управления ОС с независимыми и слабо связанными агентами может быть сведена к параметрической задаче управления набором одноэлементных ОС и задаче выбора оптимального значения параметра.

Случай 7. *ОС с независимыми и сильно связанными агентами* (глобальные ограничения на управление присутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра также ведется по множеству $A’$ Ç A_M.

Случай 8. *ОС с зависимыми и сильно связанными агентами* (глобальные ограничения на управление присутствуют). На втором этапе решения задачи стимулирования максимизация целевой функции центра ведется по множеству $A’$ Ç A_M Ç B.

Таким образом, учет глобальных ограничений на стратегии участников ОС (агентов и центра) производится методами штрафов или согласования в рамках метода декомпозиции игры агентов в многоэлементных ОС.

Исследуем задачу управления ОС, в которой центр, помимо выбора системы стимулирования, имеет возможность влиять и на множества допустимых действий агентов (задачи управления ОС с переменными множествами допустимых действий рассматривались как в теории активных систем [8], так и в теории иерархических игр [12], причем, в основном, для динамических моделей – см. обзор в [31]).

Рассмотрим, следуя [34], многоэлементную ОС, в которой центр имеет возможность выбирать, помимо функций стимулирования, управляющие параметры $u_i \in U_i$, $i \in N$, определяющие множества допустимых действий агентов, то есть $A_i = A_i(u_i)$. Тогда вектор действий агентов y принадлежит допустимому множеству $A(u) = \prod_{i=1}^{n} A_i(u_i)$, $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \in U' = \prod_{i=1}^{n} U_i$.

Предположим, что $\forall\, y \in A'\ \exists\, u \in U' : y \in A(u)$. Содержательно данное предположение означает, что множество допустимых управлений центра достаточно «велико» для того, чтобы сделать допустимым любой вектор действий агентов.

Назначая определенные значения управляющих параметров $u \in U'$, центр несет издержки $c(u)$, $c: U' \to \mathbb{R}^1$. Тогда целевая функция центра имеет вид (в общем случае будем считать, что затраты агентов несепарабельны, а индивидуальное стимулирование каждого агента зависит от действий всех агентов):

$$(4)\quad F(y, \sigma, u) = H(y) - \sum_{i=1}^{n} \sigma_i(y) - c(u).$$

Действия y^*, выбираемые агентами, являются равновесием Нэша при данных управлениях, то есть

$$y^* \in E_N(\sigma, u) = \{y \in \prod_{i=1}^{n} A_i(u_i) \mid \forall\, i \in N,\ \forall\, z_i \in A_i(u_i)$$

$$\sigma_i(y) - c_i(y) \geq \sigma_i(y_{-i}, z_i) - c_i(y_{-i}, z_i)\}.$$

Задача управления в рамках гипотезы благожелательности заключается выборе управляющих параметров, максимизирующих целевую функцию центра на множестве решений игры:

$$(5)\quad \max_{y \in E_N(\sigma, u)} F(y, \sigma, u) \to \max_{\sigma \in M,\, u \in U'}.$$

Для решения задачи (5) воспользуемся комбинацией принципа декомпозиции игры агентов и выражений (1)-(3), позволяющих учитывать глобальные ограничения.

Фиксируем произвольный вектор действий агентов $x \in A'$. Для того чтобы этот вектор действий был реализуем, необходимо и достаточно, чтобы он был равновесием Нэша (для этого достаточно использовать соответствующую компенсаторную систему стимулирования), и был допустимым действием (с точки зрения ограничений на множества действий агентов). Для удовлетворения последнему условию центр должен выбрать такие значения управляющего параметра $u \in U'$, чтобы $\forall\ i \in N\ x_i \in A_i(u_i)$.

Обозначим $U_i(x_i) = \{u_i \in U_i \mid x_i \in A_i(u_i)\}$, $i \in N$ – множество таких управлений, при которых действие x_i является допустимым для i-го агента, $i \in N$; $U(x) = \prod_{i=1}^{n} U_i(x_i)$. Минимальные затраты центра на обеспечение допустимости вектора действий $x \in A'$ равны:

(6) $\tilde{c}(x) = \min\limits_{u \in U(x)} c(u)$.

Из принципа компенсации затрат [32] и принципа декомпозиции игры агентов [34] следует, что в рассматриваемой модели суммарные затраты центра по реализации действия $x \in A'$ равны

$$J(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i(x) + \tilde{c}(x).$$

Оптимальным для центра действием агентов является действие y^*, максимизирующее разность между доходом центра и его затратами на стимулирование:

(7) $y^* = \arg \max\limits_{x \in A'} \{H(x) - J(x)\}$.

Итак, выражение (7) дает оптимальное решение задачи управления в многоэлементной ОС в условиях, когда центр имеет возможность управлять множествами допустимых действий агентов.

4.5. МОДЕЛИ ОГРАНИЧЕННОЙ РАЦИОНАЛЬНОСТИ

Рациональное поведение экономических агентов традиционно моделируется их стремлением к увеличению значения некоторой функции (функции полезности, выигрыша, целевой функции и т.д.), определенной на множестве альтернатив, которые может выбирать агент, и обстановок (внешних условий его деятельности) – см. раздел 4.1 и [1, 4, 16, 24].

Рассмотрим одного агента (в одноэлементных моделях индекс, обозначающий номер агента, будет опускаться), интересы которого отражены его целевой функцией $f(y)$, определенной на множестве возможных действий A: $y \in A$, $f: A \to \Re^1$. Тогда множеством рационального выбора будет множество действий, доставляющих максимум целевой функции (см. также раздел 4.1):

(1) $C^0(f(\cdot), A) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A} f(y)$.

Например, в экономико-математических моделях в качестве функции полезности (целевой функции фирмы) во многих случаях выступает прибыль фирмы.

Принцип (1) принятия решений соответствует так называемой *классической рациональности*. В работах Г. Саймона было предложено рассматривать так называемые модели *ограниченной рациональности* (ОР), то есть отказаться от предположения о стремлении агента к достижению абсолютного максимума, заменив его предположением о стремлении к достижению определенного уровня полезности, быть может, зависящего от величины оптимума [41, 51].

В настоящем разделе описывается ряд моделей ограниченной рациональности и обсуждается влияние предположений о рациональном поведении агентов на решения задач институционального управления ОС.

Введем следующее предположение о целевой функции и допустимом множестве: пусть $f(\cdot)$ непрерывна и вогнута, а множество A выпукло и компактно. Очевидно, что в рамках этих предположений множество $C^0(f(\cdot), A)$ непусто.

Обозначим $y^* = \arg \max\limits_{y \in A} f(y)$. Для простоты будем считать, что $f(y^*) \geq 0$.

Следуя [30], введем в рассмотрения три типа ограниченной рациональности.

Первый тип ОР. Предположим, что агент стремится к обеспечению некоторого минимального уровня индивидуальной полезности $\overline{U}$, то есть множеством рационального выбора можно считать

(2) $C^1(f(\cdot), A, \overline{U}) = \{y \in A \mid f(y) \geq \overline{U}\}$.

Второй тип ОР. Предположим, что агент готов смириться с потерями фиксированной величины $e \geq 0$ по сравнению с абсолютным максимумом, то есть множеством рационального выбора можно считать

(3) $C^2(f(\cdot), A, e) = \{y \in A \mid f(y) \geq f(y^*) - e\}$.

Отметим, что этот способ учета «нечувствительности» и порогов различения агентов наиболее распространен в теоретико-игровых моделях, и при использовании в построении обобщенных решений позволяет регуляризовывать критерии оптимальности и добиться устойчивости решения по параметрам модели [9, 12, 23, 28]. Кроме того, данный тип представления рационального поведения согласован с моделями ОС, учитывающими неопределенность [33], в том числе – неопределенность целей агента.

Третий тип ОР. Предположим, что агент готов смириться с потерями, составляющими не более чем фиксированную часть $d \in (0; 1]$ от максимального выигрыша, то есть множеством рационального выбора можно считать

(4) $C^3(f(\cdot), A, d) = \{y \in A \mid f(y) \geq (1 - d) f(y^*)\}$.

Неравенство в (4) можно записать в эквивалентном виде:

$$f(y^*) - f(y) \leq d\, f(y^*).$$

Введенные три типа ограниченной рациональности охватывают большинство встречающихся на практике задач управления ОС. Исследуем свойства множеств (2)-(4).

В рамках введенных предположений $\forall\ \overline{U} \geq 0,\ e \geq 0,\ d \in (0; 1]$ имеет место [30]:

- $C^0 \subseteq C^1$, $C^0 \subseteq C^2$, $C^0 \subseteq C^3$;
- $\forall\ \overline{U}' \geq \overline{U},\ e' \geq e,\ d' \geq d$ выполнено
  $C^1(f(\cdot), A, \overline{U}) \subseteq C^1(f(\cdot), A, \overline{U}')$,
  $C^2(f(\cdot), A, e) \subseteq C^2(f(\cdot), A, e')$,
  $C^3(f(\cdot), A, d) \subseteq C^3(f(\cdot), A, d')$;
- $C^1(f(\cdot), A, 0) = C^2(f(\cdot), A, 0) = C^3(f(\cdot), A, 0) = C^0(f(\cdot), A)$;
- для любого допустимого значения любого параметра ($\overline{U} \geq 0$, $e \geq 0$, $d \in (0; 1]$) существуют значения двух других параметров, при которых множества (2)-(4) совпадают.

Последнее свойство позволяет говорить об эквивалентности в определенном смысле трех типов ОР, однако, использование в моделях определенного типа ОР должно быть обусловлено спецификой конкретной модели (например, для первого типа, в отличие от второго и третьего, не требуется знания абсолютного максимума и т.д.).

Отметим, что существует целое семейство целевых функций, имеющих одно и то же множество максимумов (1). Так, из теории полезности известно [44, 46], что целевая функция определена с точностью до положительного линейного преобразования, то есть для любого числа a и любого положительного числа b функции $f(\cdot)$ и $g(y) = a + b\,f(y)$ имеют одинаковые множества максимумов:

$$C^0(f(\cdot), A) = C^0(g(\cdot), A).$$

В то же время, не все типы ограниченной рациональности обладают свойством инвариантности множества выбора относительно положительных линейных преобразований. Так, для первого типа ОР множество (2), определенное для функции $f(\cdot)$, не изменится, если в определении этого множества для функции $g(y) = a + b\,f(y)$ изменить $\overline{U}$ на $a + b\,\overline{U}$. Для второго типа ОР достаточно изменить e на $b\,e$. Для третьего типа ОР найти подобной замены общего вида не удается.

Рассмотрим, как изменится определение равновесия Нэша, сформулированное первоначально для классической рациональности, в рамках того или иного типа ограниченной рациональности.

Напомним, что равновесие Нэша в предположении классической рациональности определяется следующим образом (см. также предыдущий раздел) [16, 48, 50]. Для каждого агента вычисляется его наилучший ответ на ту или иную игровую обстановку:

$$BR_i(y_{-i}) = \operatorname{Arg}\max_{y_i \in A_i} f_i(y_i, y_{-i}),\ y_{-i} \in A_{-i},\ i \in N.$$

Совокупность наилучших ответов определяет отображение $BR(y) = (BR_1(y_{-1}), \ldots, BR_n(y_{-n}))$, $y \in A'$. Равновесием Нэша называется точка $x \in A'$, удовлетворяющая уравнению $x = BR(x)$. Следовательно, множество равновесий Нэша есть

(5) $E_N^0 = \{x \in A' \mid x = BR(x)\}$.

Определим для заданных уровней индивидуальной полезности $\{\overline{U}_i\}_{i \in N}$ следующие множества:

$$B_i(\overline{U}_i) = \{y \in A' \mid f_i(y) \geq \overline{U}_i\},$$

$$BR_i(y_{-i}, \overline{U}_i) = \{y_i \in A_i \mid f_i(y_i, y_{-i}) \geq \overline{U}_i\},\ i \in N,$$
$$BR(y, \overline{U}) = (BR_1(y_{-1}, \overline{U}_1), \ldots, BR_n(y_{-n}, \overline{U}_n)),$$
где $\overline{U} = (\overline{U}_i)_{i \in N}$. Равновесием Нэша в рамках ОР1, следуя [30], будем считать $x = BR(x, \overline{U})$, то есть

(6) $E_N^1(\overline{U}) = \bigcap_{i \in I} B_i(\overline{U}_i) = \{x \in A' \mid \forall i \in N\ f_i(x) \geq \overline{U}_i\}$,

то есть множество векторов действий агентов, каждый из которых гарантирует каждому из агентов соответствующий уровень полезности.

В рамках второго типа ограниченной рациональности классическое равновесие Нэша переходит в определение *ε-равновесия Нэша* [16, 50]:

(7) $E_N^2(\varepsilon) = \{y \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i$
$$f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N) - \varepsilon_i\},$$
где $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$.

Аналогично определяется равновесие Нэша и в рамках третьего типа ОР:

(8) $E_N^3(\delta) = \{y \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i$
$$f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq (1 - \delta_i)\, f_i(y_i, y_{-i}^N)\},$$
где $\delta = (\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n)$.

Очевидно, что множества (7) и (8) содержат в себе «классическое» множество равновесий Нэша (5).

Рассмотренные в настоящем подразделе модели ограниченной рациональности, во-первых, позволяют обобщить результаты разделов 4.2 и 4.4 по постановке и решению задач институционального управления (управления ограничениями деятельности). Так как данные обобщения являются чисто "техническими", приводить их в настоящей работе мы не будем. Во-вторых, модели ограниченной рациональности будут использованы в пятом разделе при постановке и решении задач управления нормами деятельности.

5. УПРАВЛЕНИЕ НОРМАМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В настоящем разделе формулируется и решается задача управления нормами деятельности (подразделы 5.1-5.3) в предположении, что информация о существенных параметрах является общим знанием; затем исследуется влияние информированности агентов (иерархии их взаимных представлений) на согласованность норм деятельности и принципов рационального поведения агентов (подраздел 5.4), что позволяет рассмотреть в подразделах 5.5-5.6 ряд прикладных моделей.

5.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ НОРМАМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Пусть ОС состоит из n агентов, выбирающих действия y_i Î A_i из компактных множеств A_i и имеющих непрерывные целевые функции $f_i(q, y)$, где q Î W – состояние природы, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in A' = \prod_{i \in N} A_i$, i Î N, где $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множество агентов.

Нормой деятельности будем называть отображение $À: W$ ® A' множества возможных состояний природы во множество допустимых векторов действий агентов. Содержательно i-ая компонента вектор-функции $À(\cdot)$ определяет, какое действие i-го агента от него ожидают остальные агенты и центр.

Пусть предпочтения центра заданы на множестве состояний природы, норм деятельности и действий агентов: $F(q, À(\cdot), y)$. Предполагая, что агенты следуют установленным нормам, обозначим $K(À(\cdot)) = F_q(F(q, À(\cdot), À(q)))$ – *эффективность институционального управления* $À(\cdot)$, где $F_q(\cdot)$ – оператор устранения неопределенности. В качестве оператора устранения неопределенности (в зависимости от информированности центра) может использоваться гарантированный результат по множеству W, или математическое ожидание по известному распределению вероятностей $p(q)$ на множестве W и т.д. (см. методы устранения неопределенности в разделе 4.1 и в [16, 29, 33]).

Тогда *задачей институционального управления* при ограничениях $M_\aleph$ на нормы деятельности будет выбор допустимой нормы $\aleph^*(\cdot) \in M_\aleph$, имеющей максимальную эффективность:

(1) $\aleph^*(\cdot) = \arg \max\limits_{\aleph(\cdot) \in M_\aleph} K(\aleph(\cdot))$,

при условии, что агенты следуют установленным нормам деятельности.

Последнее условие требует пояснений. Так как агенты активны и выбирают свои действия самостоятельно, то выбор агента будет совпадать с выбором, предписываемым нормой, только в том случае, если агенту это выгодно. Детализируем, что можно понимать под «выгодностью».

По аналогии с моделями ограниченной рациональности, рассмотренными в разделе 4.5, определим параметрическое равновесие Нэша [16] и рациональное поведение для каждого из трех типов ограниченной рациональности:

(2) $E_N^0(\theta) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \; f_i(\theta, x) \geq f_i(\theta, x_{-i}, y_i)\}$,

(3) $E_N^1(\theta, \overline{U}) = \{x \in A' \mid \forall i \in N \; f_i(\theta, x) \geq \overline{U}_i\}$,

(4) $E_N^2(\theta, \varepsilon) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \; f_i(\theta, x) \geq f_i(\theta, x_{-i}, y_i) - \varepsilon_i\}$,

(5) $E_N^3(\theta, \delta) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \; f_i(\theta, x) \geq (1-\delta_i) f_i(\theta, x_{-i}, y_i)\}$.

Будем называть норму $\aleph(\cdot)$ *согласованной* с j-ым типом рационального поведения, $j = \overline{0,3}$, если

(6) $\forall \theta \in \Omega \;\; E_N^j(\theta) \cap \aleph(\theta) \neq \emptyset$.

Условие (6) можно интерпретировать следующим образом: норма деятельности *реализует* то или иное *равновесие*, если для любого состояния природы, выбор, предписываемый нормой, не противоречит рациональности поведения агентов (обеспечивает им соответствующий выигрыш и/или делает невыгодным одностороннее отклонение от нормы). Если $\aleph(\cdot)$ – однозначное отображение, что мы и будем предполагать в дальнейшем, то навязывание центром согласованной нормы деятельности может рассматриваться как сужение множества равновесий (подсказка о существовании фокальной точки и т.д. – см. обсуждение проблемы множественности равновесий в [16, 50]). С этой точки зрения управление нормами деятельности можно рассматривать как задачу реализации соответствия группового выбора (см. обзор результатов теории реализуемости в [29, 40]), в которой $\theta \in \Omega$ является вектором индивидуальных характеристик агентов. Такой аспект рассмотрения представляется перспективным направлением дальнейших исследований, но выходит за рамки настоящей работы.

Условия (2) и (6) совместно можно записать в следующем виде: норма $\aleph(\cdot)$ является согласованной тогда и только тогда, когда

(7) $\forall \theta \in \Omega,\ \forall i \in N,\ \forall y_i \in A_i\ f_i(\theta, \aleph(\theta)) \geq f_i(\theta, \aleph_{-i}(\theta), y_i)$.

Условие (7) означает, что норма согласована с интересами агентов, если при любом состоянии природы каждому агенту выгодно следовать норме деятельности при условии, что остальные агенты также следуют этой норме. Аналогичным условию (7) образом можно записать и условия (3)-(5).

Рассмотрим, какой информированностью должны обладать агенты для того, чтобы существовала согласованная норма. Легко видеть, что условия игры – множество агентов, целевые функции, допустимые множества, а также норма деятельности и состояние природы должны быть *общим знанием*. Напомним, что общим знанием в теории игр [37] называется факт, о котором: а) известно всем игрокам; б) всем игрокам известно а); всем игрокам известно б), и так далее до бесконечности.

Действительно, для вычисления параметрического равновесия Нэша в рамках действующих норм деятельности каждый агент должен быть уверен, что и остальные агенты вычислят то же равновесие, что и он. Для этого он должен поставить себя на место остальных агентов, моделирующих его поведение, и т.д. Одним из способов создания общего знания является публичное сообщение факта всем агентам, собранным вместе. Наверное, в том числе, этим объясняется то, что для формирования корпоративной культуры, корпоративных стандартов поведения и т.д. в современных фирмах так много внимания уделяется неформальному общению сотрудников, лояльности фирме и т.д., то есть созданию у работников впечатления принадлежности общему делу, разделения общих ценностей и т.д. – все это нужно для существования общего знания.

Таким образом, под задачей институционального управления, как управления нормами деятельности, будем понимать задачу (1), (7) поиска нормы, обладающей максимальной эффективностью на множестве допустимых и согласованных норм.

5.2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ НОРМАМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Обозначим $S_{\grave{A}}$ – множество норм (всевозможных отображений $\grave{A}: W ® A'$), удовлетворяющих условию (7) раздела 5.1. Тогда задачу управления можно записать в виде:

(1) $K(\grave{A}(\cdot)) \to \max\limits_{\aleph(\cdot)\in M_{\aleph} \cap S_{\aleph}}$,

То есть, решение задачи управления нормами деятельности заключается в следующем: 1) найти множество $S_{\grave{A}}$ согласованных норм; 2) найти множество $S_{\grave{A}} \cap M_{\grave{A}}$ норм, являющихся одновременно согласованными и допустимыми; 3) выбрать из этого множества норму, обладающую максимальной эффективностью с точки зрения центра. Первый этап решения задачи (1) является задачей согласованного управления [29]. Высокая вычислительная сложность этой задачи обусловлена тем, что искомыми переменными являются отображения $\grave{A}: W ® A'$, поэтому исследуем ее более подробно.

Пусть институциональное управление используется совместно с мотивационным, в рамках которого целевая функция i-го агента принимает вид:

(2) $g_i(q, y, s_i) = f_i(q, y) + s_i(q, \grave{A}(\cdot), y), y\ \hat{I}\ X, i\ \hat{I}\ N,$

где s_i: W ´ $M_{\grave{A}}$ ´ A' ® $\Re^1_+$ – функция стимулирования i-го агента.

Утверждение 2.

а) При использовании центром мотивационного управления

(3) $s_i(q, \grave{A}(\cdot), y) = \begin{cases} s_i(q, \aleph_{-i}(q)), & y_i = \aleph_i(q) \\ 0, & y_i \neq \aleph_i(q) \end{cases}, i\ \hat{I}\ N,$

где

(4) $s_i = \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q, \grave{A}_{-i}(q), y_i) - f_i(q, \grave{A}(q)) + D_i, i\ \hat{I}\ N,$

$D_i > 0$ – сколь угодно малая строго положительная константа, $i \hat{I} N$, норма $\grave{A}(\cdot)$ является согласованной;

б) Не существует другого мотивационного управления, реализующего $\grave{A}(q)$ как единственное равновесие Нэша игры агентов, и требующего от центра строго меньших затрат на стимулирование.

Справедливость утверждения 2 обосновывается подстановкой (2)-(4) в выражение (7) раздела 5.1.

Выражение (4) характеризует (в силу утверждения 2) минимальные затраты центра на мотивацию i-го агента, побуждающего последнего следовать норме деятельности $\grave{A}(\cdot)$. Сумма выражения (4) по всем агентам

(5) $C(q, \grave{A}(\cdot)) = \sum_{i \in N} \max_{y_i \in A_i} f_i(q, \grave{A}_{-i}(q), y_i) - \sum_{i \in N} f_i(q, \grave{A}(q))$

есть ни что иное, как минимальные затраты центра на согласованное (совместное институциональное и мотивационное) управление. Поэтому, если целевую функцию центра $F(q, \grave{A}(\cdot), y)$ представить в виде разности дохода $H(y)$ и затрат на управление $C(q, \grave{A}(\cdot))$, то в силу согласованности управления получим:

(6) $F(q, \grave{A}(\cdot)) = H(\grave{A}(q)) - C(q, \grave{A}(\cdot))$.

Тогда эффективность институционального управления $\grave{A}(\cdot)$ можно определить (см. также раздел 5.1) как

$$K(\grave{A}(\cdot)) = F_q(H(\grave{A}(q)) - C(q, \grave{A}(\cdot))),$$

где $F_q(\cdot)$ – оператор устранения неопределенности.

Задача институционального управления

(7) $F_q(H(\grave{A}(q)) - C(q, \grave{A}(\cdot))) \to \max_{\aleph(\cdot) \in M_{\aleph}}$

отличается от задачи (1) тем, что максимизация ведется по множеству всех допустимых норм деятельности, а условие согласованности учтено в максимизируемом критерии[1].

[1] *В качестве отступления отметим, что, так как норма деятельности предполагается однозначным отображением, то представляется, что использования мотивационного управления с гибким планом (планом, зависящим от состояния природы) оказывается достаточным. Другими словами, для любого институционального управления в рамках рассматриваемой модели найдется мотивационное управление не меньшей эффективности. При этом процесс решения задачи мотивационного управления намного проще процесса решения задачи институционального управления, так как в первом случае максимизация ведется по множеству действий агентов, а не по множеству отображений.*

5.3. УНИФИЦИРОВАННЫЕ НОРМЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Частным случаем задачи институционального управления является ситуация, в которой центр должен использовать *унифицированное управление*, то есть управление, одинаковое для всех агентов. Понятно, что эффективность унифицированного управления не выше, чем рассмотренного выше персонифицированного (когда в общем случае каждому агенту устанавливается своя норма деятельности) [29, 32], поэтому исследуем потери в эффективности и условия возможности использования унифицированного управления.

Для этого сначала в рамках моделей ограниченной рациональности, введенных выше, рассмотрим, каковы должны быть пороги "чувствительности" агентов для того, чтобы любая норма деятельности была реализуема.

Унифицированная норма $\aleph_U(\theta) = (h(\theta), h(\theta), \dots, h(\theta))$ по определению (6) раздела 5.1 согласована с классическим равновесием Нэша (см. выражение (2) раздела 5.1), если

(1) $\forall\, \theta \in \Omega \quad E_N^0(\theta) \cap \aleph_U(\theta) \neq \varnothing$.

Так как унифицированная норма предписывает всем агентам выбор одинаковых действий, то понятно, что очень редко следование норме будет равновесием Нэша. Для того чтобы расширить множество согласованных унифицированных норм, предположим, что агенты следуют гипотезе ограниченной рациональности.

Определим для фиксированных $x \in A'$ и $\theta \in \Omega$

(2) $U_i(\theta, x) = f_i(\theta, x),\ i \in N$.

(3) $\varepsilon_i(\theta, x) = \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(\theta, x_{-i}, y_i) - f_i(\theta, x),\ i \in N,$

(4) $\delta_i(\theta, x) = 1 - f_i(\theta, x) / \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(\theta, x_{-i}, y_i),\ i \in N,$

Очевидно, что норма $\aleph(\cdot)$ согласована с j-ым типом рационального поведения, $j = \overline{1,3}$, если $\forall\, \theta \in \Omega$ выполнено, соответственно

(5) $\overline{U_i} \le U_i(\aleph(\theta), \theta),\ i \in N,$

(6) $\varepsilon_i \ge \varepsilon_i(\aleph(\theta), \theta),\ i \in N,$

(7) $\delta_i \ge \delta_i(\aleph(\theta), \theta),\ i \in N.$

Выражения (5)-(7) являются "двойственными" выражениям (3)-(5) раздела 5.1 в том смысле, что первые задают минимальные пороги чувствительности, необходимые для согласованности норм (выражения (6) и (7) позволяют вычислить гарантированные оценки $e_i(\grave{A}) = \max\limits_{q \in \Omega} e_i(\grave{A}(q), q),\ i\ \hat{I}\ N$ и $d_i(\grave{A}) = \max\limits_{q \in \Omega} d_i(\grave{A}(q), q),\ i\ \hat{I}\ N$), а вторые определяют множество согласованных норм.

Определим параметры, аналогичные параметрам (2)-(7), для случая унифицированных норм:

(8) $U_U(q, x) = \max\limits_{i \in N} f_i(q, x),\ x\ \hat{I}\ A',\ q\ \hat{I}\ W.$

(9) $e_U(q, x) = \max\limits_{i \in N} [\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q, x_{-i}, y_i) - f_i(q, x)],\ x\ \hat{I}\ A',\ q\ \hat{I}\ W,$

(10) $d_U(q, x) = 1 - \min\limits_{i \in N} [\, f_i(q, x) \,/ \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q, x_{-i}, y_i)],\ x\ \hat{I}\ A',\ q\ \hat{I}\ W.$

Унифицированная норма $\grave{A}(\cdot)$ согласована с j-ым типом рационального поведения, $j = \overline{1,3}$, если $''\ q\ \hat{I}\ W$ выполнено, соответственно

(11) $\overline{U_i}\ \pounds\ U_U(\grave{A}(q), q),\ i\ \hat{I}\ N,$

(12) $e_i\ ^3\ e_U(\grave{A}(q), q),\ i\ \hat{I}\ N,$

(13) $d_i\ ^3\ d_U(\grave{A}(q), q),\ i\ \hat{I}\ N.$

Обозначим $M_{\aleph_U}$ – множество унифицированных норм деятельности и сформулируем задачу синтеза унифицированной нормы деятельности (см. также выражения (1) разделов 5.1 и 5.2):

(14) $\aleph_U^*(\cdot) = \arg \max\limits_{\aleph(\cdot) \in M_{\aleph_U}} K(\grave{A}(\cdot)),$

при условии, что агенты следуют норме деятельности.

Детализации требует последнее условие. Агенты следуют унифицированной норме, если последняя является согласованной. Таким образом, мы доказали следующее утверждение.

<u>Утверждение 3.</u> В рамках j-го типа рационального поведения агентов, $j = \overline{1,3}$, решением задачи синтеза унифицированной нормы деятельности является

(15) $\aleph_U^*(\cdot) = \arg \max\limits_{\aleph(\cdot) \in \{\aleph(\cdot) \in M_{\aleph_U} | (10+j)\}} K(\grave{A}(\cdot)).$

Если задача синтеза унифицированной нормы деятельности решается в предположении, что агенты выбирают равновесные по Нэшу действия, то в (15) следует подставить выражение (12) с $e_i = 0,\ i \in N$.

5.4. РОЛЬ ИНФОРМИРОВАННОСТИ АГЕНТОВ[1]

Как отмечалось выше, для того, чтобы норма деятельности реализовывала определенный вектор действий агентов как равновесие Нэша их игры необходимо, чтобы как сама норма, так и состояние природы были общим знанием. Задача институционального управления для этого случая рассмотрена в разделах 5.1-5.3, поэтому исследуем ситуацию, когда состояние природы не является общим знанием. При этом будем считать, что вся остальная информация об игре и норме деятельности является общим знанием.

Предположим, что информированность агентов описывается информационной структурой $I = (I_1, I_2, \ldots, I_n)$, где $I_i = (q_i, q_{ij}, q_{ijk}, \ldots),\ i, j, k \in N$, – структура информированности i-го агента, $i \in N$, q_i – его представления о состоянии природы, q_{ij} – его представления о представлениях j-го агента, q_{ijk} – представления i-го агента о том, что j-ый агент думает о представлениях k-го агента и т.д. в общем случае до бесконечности [37]. Отметим, что введенная модель может быть легко модифицирована для ситуации, в которой все агенты адекватно информированы о состоянии природы, но придерживаются различных норм деятельности.

Если задана структура информированности I, то тем самым задана и структура информированности каждого из агентов (как реальных, так и *фантомных* – то есть существующих в сознании других реальных и фантомных агентов). Выбор t-агентом, где t – некоторая последовательность индексов из множества N, своего действия x_t в рамках гипотезы рационального поведения определяется его структурой информированности I_t, поэтому, имея эту структуру, можно смоделировать его рассуждения и определить

[1] *Раздел написан совместно с А.Г. Чхартишвили.*

его действие. Выбирая свое действие, агент моделирует действия других агентов (осуществляет рефлексию). Поэтому при определении исхода игры необходимо учитывать действия как реальных, так и фантомных агентов.

Обозначим S_+ – множество всевозможных конечных последовательностей индексов из N, S – объединение S_+ с пустой последовательностью, $|s|$ – количество индексов в последовательности s (для пустой последовательности принимается равным нулю).

Набор действий x_t^*, t Î S_+, называется *информационным равновесием* [37], если выполнены следующие условия:

1. структура информированности I имеет конечную сложность n, то есть, дерево I содержит конечный набор попарно различных поддеревьев [37];

2. $\forall\, l, m \in \Sigma_+ \quad I_l = I_m \Rightarrow x_l^* = x_m^*$;

3. " i Î N, " s Î S

(1) $x_{si}^* \in \operatorname{Arg}\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q_{si}, x_{si1}^*, \ldots, x_{si,i-1}^*, y_i, x_{si,i+1}^*, \ldots, x_{si,n}^*)$.

Запишем условия (1) в терминах норм деятельности:

(2) " i Î N, " s Î S $\quad$ $\grave{A}_i(q_{si})$ Î $\operatorname{Arg}\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q_{si}, \grave{A}_1(q_{si1}), \ldots$

$\ldots, \grave{A}_{i-1}(q_{si,i-1}), y_i, \grave{A}_{i+1}(q_{si,i+1}), \ldots, \grave{A}_n(q_{si,n}))$.

Структура информированности является бесконечным деревом, отражающим иерархию представлений агентов в рефлексивной игре [37]. Информационное равновесие (1) (как решение рефлексивной игры) существует в случае, если структура информированности конечна. Конечность информационной структуры по своему определению означает не конечность ее дерева, а существование конечного базиса, в рамках которого рассмотрение фантомных агентов, имеющих ту же информированность, что и другие реальные или фантомные агенты, не дает новой информации и поэтому нецелесообразно.

Если априори имеется (например, построено исходя из содержательных соображений) конечное дерево, отражающее несколько первых уровней представлений агентов, то в общем случае нельзя однозначно сказать какой бесконечной информационной структуре оно соответствует. Другими словами, может существовать множество информационных структур, любое конечное число верхних уровней которых совпадает.

Поэтому для определения информационного равновесия по конечному дереву представлений агентов необходимо введение дополнительных предположений. Например, можно постулировать, что каждый фантомный агент, соответствующий нижнему уровню конечного дерева представлений, при определении своего действия считает, что агент, соответствующий предыдущему уровню иерархии, адекватно информирован о нем.

Далее будем рассматривать *регулярные структуры информированности* [37], обладающие, в частности, тем свойством, что, если задано конечное дерево представлений и известно, что информационная структура регулярна, то информационное равновесие определяется однозначно. Для регулярных структур информированности удается: получить конструктивные условия существования информационного равновесия, исследовать зависимость информационного равновесия от структуры информированности, поставить и решить задачу рефлексивного управления [37].

Для задания *регулярных структур информированности* введем вспомогательное понятие *регулярного конечного дерева* (РКД), которое определим рекуррентно.

Пусть в игре участвуют n агентов. Если (в простейшем случае) все агенты одинаково информированы, то структура информированности имеет сложность n и единичную глубину. Будем изображать эту ситуацию в виде дерева, состоящего из корневой вершины, n ребер и n висячих вершин.

Далее РКД может «расти» следующим образом: к каждой висячей вершине ti, $t \in \Sigma$, присоединяется ровно $(n - 1)$ ребро, при этом возникает $(n - 1)$ висячая вершина tij, $j = 1, \ldots, i - 1, i + 1, \ldots, n$. Построенное РКД будем интерпретировать так: если имеется висячая вершина ti, $t \in \Sigma$, то ti-агент одинаково информирован с t-агентом (если t – пустая последовательность, то ti-агент является реальным, и его субъективные представления совпадают с объективными).

Напомним, что, во-первых, максимальная глубина k_i РКД i-го реального агента в [37] названа *рангом* его *рефлексии*. Во-вторых, любая конечная регулярная информационная структура однозначно (с учетом *аксиомы автоинформированности* – ″ i Î N ″ t, s Î Σ $q_{tiis} = q_{tis}$ [37]) задается перечислением своих висячих вершин.

Обозначим множество параметрических (параметр – вектор $q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ Î W^n) равновесий Нэша

(3) $E_N(q) = \{\{x_i(q)\}_{i\ \hat{I}\ N}$ Î A' | ″ i Î N, ″ y_i Î A_i

$f_i(q_i, x_1(q), \ldots, x_n(q))$ ³ $f_i(q_i, x_1(q), \ldots, x_{i-1}(q), y_i, x_{i+1}(q), \ldots, x_n(q))\}$,

а объединение этих множеств по всевозможным субъективным представлениям о значении состоянии природы обозначим $E_N = \bigcup\limits_{(q_1, q_2, \ldots, q_n) \in \Omega^n} E_N(q_1, q_2, \ldots, q_n)$. Вычисление объединения (по состояниям природы) множеств равновесий имеет смысл с двух точек зрения. Во-первых, при рассмотрении задачи о максимальном целесообразном ранге рефлексии некоторого реального агента требуется определить минимальный ранг рефлексии, при котором он охватывает все многообразие своих выигрышей в рефлексивной игры, а выигрыши зависят, в том числе, и от состояния природы. Во-вторых, при постановке прямой или обратной задачи информационного управления (когда центр целенаправленно формирует структуры информированности агентов) необходимо учитывать все равновесия, возможные при различных допустимых структурах информированности (всевозможных допустимых комбинациях значений неопределенных параметров на всех уровнях структуры информированности).

Предположим, что на нижнем уровне $\{q_{tij}\}_{j\ \hat{I}\ N}$ конечной регулярной структуры информированности имеет место субъективное общее знание фантомных агентов. Тогда с точки зрения ti-агента возможными являются равновесия их игры из множества $E_N(\{q_{tij}\}_{j\ \hat{I}\ N})$.

Введем множество наилучших ответов i-го агента на выбор оппонентами действий из множества X_{-i} при множестве W возможных состояний природы:

(4) $BR_i(W, X_{-i}) = \bigcup\limits_{x_{-i} \in X_{-i},\, q \in \Omega} \operatorname{Arg} \max\limits_{x_i \in A_i} f_i(q, x_i, x_{-i})$, i Î N,

а также следующие величины и множества:

(5) $E_N = \bigcup_{q \in \Omega^n} E_N(q)$,

(6) $X_i^0 = Proj_i\, E_N,\ i \in N$,

(7) $X_{-i}^k = \prod_{j \neq i} X_i^k,\ i \in N,\ k = 0, 1, 2, \ldots$,

где

(8) $X_i^k = BR_i(\Omega,\ X_{-i}^{k-1}),\ k = 1, 2, \ldots,\ i \in N$.

Отображение $BR_i(\cdot, \cdot)$: $\Omega \times A_{-i} \to A_i$ называется *рефлексивным отображением* i-го агента, $i \in N$ [37].

В [37] доказано[1], что $X_i^k \subseteq X_i^{k+1}$, $k = 0, 1, \ldots$, $i \in N$, то есть с ростом ранга рефлексии множества (8) возможных наилучших ответов агентов не сужаются.

Рефлексивное отображение i-го агента называется *стационарным*, если $X_i^k = X_i^{k+1}$, $k = 0, 1, \ldots$.

В [37] доказано, что, если рефлексивные отображения агентов стационарны, то максимальный целесообразный субъективный ранг рефлексии равен двум и множество действий i-го агента, которые могут быть реализованы как компоненты информационного равновесия, составляет X_i^0, $i \in N$. При этом множество информационных равновесий составляет $E = \prod_{i \in N} X_i^0$.

Данный факт имеет чрезвычайно важное значение по следующим причинам. Если рефлексивные отображения агентов стационарны[2], то, во-первых, каждый агент может ограничить свои рассуждения вторым рангом рефлексии (третьим уровнем регулярного дерева информационной структуры), так как для любого большего ранга рефлексии и для любого соответствующего этому рангу информационного равновесия найдется структура информированности глубины три, информационное равновесие

[1] *Отметим, что в указанной работе рассматривался случай двух реальных агентов. В настоящей же работе строится модель взаимодействия произвольного конечного числа реальных агентов.*

[2] *На сегодняшний день не существует конструктивных достаточных условий стационарности рефлексивных отображений. Их поиск является перспективной задачей будущих исследований, выходящей за рамки настоящей работы.*

при которой совпадет с исходным. Во-вторых, центру не имеет смысла навязывать агентам сложные структуры информированности, имеющие глубину четыре и более, так как множество действий агентов, реализуемых как информационные равновесия, при этом не расширяется. Итак, стационарность рефлексивных отображений привлекательна как с точки зрения центра, так и с точки зрения агентов. Но особенно привлекательна она с точки зрения исследователя, так как позволяет существенно упростить постановку и решение задачи информационного управления – представить себе и описать ситуацию, а тем более решить задачу управления для случая, когда центр должен сформировать структуру информированности глубины, например, сто, затруднительно, если не невозможно.

Отметим, что выше утверждается, что при стационарных рефлексивных отображениях множество равновесных действий i-го (реального) агента составляет X_i^0, i Î N. Казалось бы, это множество может быть реализовано информационной структурой единичной глубины, в которой субъективные представления агентов являются общим знанием (см. выражения (3), (5) и (6)). Для отдельного агента это так, но множество равновесий при этом будет E_N. Для того чтобы реализовать более широкое множество E Ê E_N информационных равновесий требуется структура информированности глубины два. Действительно, формируя у i-го агента (независимо от других агентов) конечную регулярную информационную структуру $I_i = (q_i, q_{ij})$, при всевозможных q_i, q_{ij} Î W центр может побудить его выбрать как субъективно равновесное действие любую точку множества X_i^0, i Î N. Так как информационное воздействие производится на агентов независимо, то множеством возможных исходов является декартово произведение множеств X_i^0, i Î N, то есть множество E.

Как отмечалось выше, если рефлексивные отображения агентов стационарны, то максимальный целесообразный субъективный ранг рефлексии равен двум, а глубина структуры информированности, соответственно трем. При этом речь идет о такой минимальной глубине структуры информированности агента, при которой он может "увидеть" реализацию наихудшей для него ситуации.

Содержательно, центру необходимо обеспечить независимый выбор реальными агентами (первый уровень структуры информированности) компонент информационного равновесия. Для этого с их точки зрения должны быть реализуемы любые обстановки (второй уровень), для чего, в свою очередь требуется равновесие на более глубоком (третьем) уровне.

Таким образом, при стационарных рефлексивных отображениях с точки зрения центра при осуществлении информационного (рефлексивного) управления достаточно ограничиться структурами информированности агентов глубины два (то есть графами рефлексивной игры [37] вида q_i « q_{ij}), а с точки зрения агентов – структурами информированности агентов глубины три (то есть графами рефлексивной игры [37] вида q_i ¬ q_{ij} « q_{ijk}).

Так как в настоящем разделе нас интересует роль информированности агентов с позиции институционального управления, осуществляемого центром, то будем исследовать воздействия на первые два уровня структуры информированности (воздействие на третий уровень, по-видимому, может оказаться существенным для *стабильности* информационного управления [36, 37]).

Рассмотрим ***обратную задачу информационного управления***: пусть задан вектор x^* $\hat{I}$ A' действий агентов, требуется найти множество $I(x)$ структур информированности, при которых данный вектор действий является информационным равновесием в смысле (1). Имея решение этой задачи, можно ставить и решать множество других задач управления – как институционального, так и информационного, например, совместного определения информационной структуры и нормы, реализующих заданные действия агентов, и др.

Так как в настоящей работе мы ограничиваемся случаем стационарных рефлексивных отображений, то достаточно искать структуры информированности в классе двух- или трехуровневых, которые однозначно задаются последовательностями q_{ij} $\hat{I}$ W или, соответственно, q_{ijk} $\hat{I}$ W, i, j, k $\hat{I}$ N.

Рассмотрим i-го реального агента, который в силу рациональности его поведения вычисляет

(9) x_i^* $\hat{I}$ $\mathrm{Arg}\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(q_i,\ x_{i1}^*, \ldots,\ x_{i,i-1}^*, y_i,\ x_{i,i+1}^*, \ldots,\ x_{in}^*),\ i$ $\hat{I}$ N,

и моделирует действия своих оппонентов (фантомных ij-агентов, $j \in N$, первого уровня) в соответствии с (1):

(10) $x_{ij}^{*} \in \mathrm{Arg} \max\limits_{y_j \in A_j} f_j(q_{ij}, x_{ij1}^{*}, \ldots, x_{ij,j-1}^{*}, y_j, x_{ij,j+1}^{*}, \ldots, x_{ijn}^{*}), j \in N,$

и т.д.

Для того чтобы показать, каким образом "обрывается" цепочка наращивания уровней рефлексии, предположим, что регулярная структура информированности имеет глубину, равную трем, то есть содержит только последовательности вида q_i, q_{ij} и q_{ijk}, $i, j, k \in N$. Такая структура информированности подразумевает, что для каждых $i \in N, j \in N$, фантомные ijk-агенты, $k \in N$, разыгрывают равновесие Нэша (см. также (3)) с общим знанием $\boldsymbol{q_{ij}} = \{q_{ijk}\}_{k \in N}$:

(11) $E_N(\boldsymbol{q_{ij}}) = \{x(\{q_{ijk}\}_{k \in N}) \in A' \mid \forall\, k \in N, \forall\, y_k \in A_k$

$f_k(q_{ijk}, x_1(\boldsymbol{q_{ij}}), \ldots, x_n(\boldsymbol{q_{ij}}) \geq$

$\geq f_k(q_{ijk}, x_1(\boldsymbol{q_{ij}}), \ldots, x_{k-1}(\boldsymbol{q_{ij}}), y_k, x_{k+1}(\boldsymbol{q_{ij}}), \ldots, x_n(\boldsymbol{q_{ij}}))\}.$

Таким образом, при заданной структуре информированности i-ый агент (реальный) вычисляет сначала в соответствии с (11) равновесные действия $x_{ijk}^{*} = x_k(q_{ij})$ фантомных ijk-агентов, $j \in N$, $k \in N$. Затем он подставляет их в (10), вычисляя равновесные действия фантомных ij-агентов, $j \in N$, а затем уже находит в соответствии с (9) множество своих равновесных (с его субъективной точки зрения) действий.

До сих пор, решая задачу определения информационного равновесия, мы двигались по дереву информационной структуры "снизу вверх", что позволило определить множество $E = \prod\limits_{i \in N} X_i^0$ действий реальных агентов, реализуемых как информационное равновесие при регулярных структурах информированности и стационарных рефлексивных отображениях. Теперь можно, двигаясь "сверху вниз", решать обратную задачу информационного управления

Условия (9) позволяют для каждого агента $i \in N$ и каждого его действия $x_i \in X_i^0$ определить множество тех обстановок игры $x_{-i} \in A_{-i}$, на которые данное действие является наилучшим ответом при некотором представлении $q_i \in W$ рассматриваемого агента о состоянии природы:

(12) $P_i(x_i) = \{x_{-i} \in A_{-i} \mid \exists\, \theta_i \in \Omega: x_i \in BR_i(\theta_i, x_{-i})\},\ x_i \in X_i^0,\ i \in N,$

где $BR_i(\theta_i, x_{-i}) = \operatorname{Arg}\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(\theta_i, x_{-i}, y_i),\ x_{-i} \in A_{-i},\ \theta_i \in \Omega,\ i \in N.$

Введем многозначное отображение

(13) $P(x) = \bigcap\limits_{i \in N} P_i(x)$.

Очевидно, множество $\{x \in A' \mid x \in P(x)\} \subseteq A'$ является ни чем иным, как множеством E_N (см. выражение (5)), то есть объединением множеств «классических» параметрических равновесий Нэша (3) игр агентов, в которых информация $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\}$ об индивидуальных представлениях агентов о значениях $\theta_i \in \Omega,\ i \in N$, является общим знанием.

Перейдем к рассмотрению собственно влияния информированности агентов на управление нормами деятельности. Выше норма для i-го агента была определена как отображение его информированности во множество его действий, а информированностью являлось знание о значении неопределенного параметра – состояния природы $\theta \in \Omega$. В случае, когда каждый агент обладает иерархией представлений, его информированность описывается структурой I_i его информированности. Поэтому далее, в отличие от разделов 5.1-5.3 и от выражения (2), нормой для i-го агента будем считать $\aleph_i(I_i) \in A_i,\ i \in N$, а нормой деятельности коллектива агентов – отображение информационной структуры во множество действий всех агентов: $\aleph(I) = (\aleph_1(I_1), \aleph_2(I_2), \ldots, \aleph_n(I_n))$.

Рассмотрим последовательно (в порядке возрастания сложности) различные возможности центра по формированию структур информированности агентов.

<u>Вариант I.</u> Пусть центр осуществляет унифицированное (однородное) информационное регулирование [14, 36], то есть, структура информированности i-го агента есть $I_i = \theta,\ i \in N,\ \theta \in \Omega$ и сообщаемое центром значение состояния природы θ является общим знанием. Фрагмент (для i-го и j-го агентов) графа соответствующей рефлексивной игры имеет вид $\theta \leftrightarrow \theta$ и не зависит от рассматриваемых агентов. Отметим, что такая информированность совпадает с рассмотренной выше в разделах 5.1-5.3 (информация о состоянии природы является общим знанием).

Тогда множество всевозможных информационных равновесий игры агентов есть

(14) $E_N^0 = \bigcup_{q \in \Omega} E_N(q, q, \ldots, q)$.

Очевидно, имеет место:

(15) E_N^0 Í E_N Í E Í A'.

Фиксируем вектор x^1 Î E_N^0 действий агентов. Обозначим $W^1(x^1)$ – такое множество допустимых значений параметра q Î W, при котором вектор x^1 действий является параметрическим равновесием Нэша (решение обратной задачи информационного управления):

(16) $W^1(x^1)$ = {q Î W | " i Î N, " y_i Î A_i $f_i(q, x^1)$ ³ $f_i(q, x_{-i}^1, y_i)$},

$X^1(q)$ – множество векторов действий, удовлетворяющих следующему условию

" i Î N, " y_i Î A_i $f_i(q, x^1)$ ³ $f_i(q, x_{-i}^1, y_i)$, q Î W.

Так как информированностью агента является q Î W, то получаем, что в рассматриваемом варианте I норма $À^1$(×) является согласованной, если

(17) " q Î W, " i Î N $À^1{}_i(q)$ Î $Proj_i\, X^1(q)$,

а унифицированная норма $À_U$(×) – см. раздел 5.3 – является согласованной, если

(18) " q Î W, " i Î N $À^1{}_U(q)$ Î $Proj_i\, X^1(q)$.

Отметим, что сообщение центром норм деятельности, отражающих прогнозируемые состояния системы, может рассматриваться как *активный прогноз*, для которого применимы все результаты, приведенные в [36].

Вариант II. Пусть центр осуществляет персонифицированное информационное регулирование [14, 36], то есть, структура информированности i-го агента есть $I_i = q_i$, q_i Î W, i Î N, и индивидуальные представления агентов о состоянии природы являются общим знанием. Фрагмент (для i-го и j-го агентов) графа соответствующей рефлексивной игры имеет вид q_i « q_j.

Тогда множество всевозможных информационных равновесий игры агентов есть E_N, то есть шире, чем в первом варианте.

Фиксируем вектор x^2 Î E_N действий агентов. Обозначим $W^2(x^2)$ – такое множество значений векторов параметров q^2 Î W^n, при котором вектор x^2 действий является параметрическим равновесием Нэша (решение обратной задачи информационного управления):

(19) $W^2(x^2) = \{q^2$ Î W^n | ″ i Î N, ″ y_i Î A_i $f_i(q_i^2, x^2)$ ³ $f_i(q_i^2, x_{-i}^2, y_i)\}$,

$X^2(q)$ – множество векторов действий, удовлетворяющих следующему условию

″ i Î N, ″ y_i Î A_i $f_i(q_i^2, x^2)$ ³ $f_i(q_i^2, x_{-i}^2, y_i)$, q^2 Î W^n.

Так как информированностью агента является вектор q^2 Î W^n, то получаем, что в рассматриваемом варианте II норма À ^{2}(·) является согласованной, если

(20) ″ q^2 Î W^n, ″ i Î N $À_i^2(q^2)$ Î $Proj_i\, X^2(q^2)$,

а унифицированная норма À ^2_U(·) является согласованной, если

(21) ″ q^2 Î W^n, ″ i Î N À $^2_U(q^2)$ Î $Proj_i\, X^2(q^2)$.

Сравнивая (17)-(18) и (20)-(21), в силу (15) получаем, что во втором варианте множество согласованных (и, в том числе, унифицированных) норм не уже, чем множество согласованных (и, в том числе, унифицированных) норм в первом варианте[1].

Рассмотренные варианты I и II исчерпывают регулярные структуры информированности единичной глубины. Поэтому рассмотрим регулярные структуры информированности глубины два.

Вариант III. Пусть центр осуществляет рефлексивное управление [36], сообщая каждому агенту информацию о неопределенном параметре, а также то, что о значениях этого параметра думают ("знают") остальные агенты, то есть, структура информированности i-го агента есть $I_i = \{q_i, q_{ij}\}$, q_i, q_{ij} Î W, i, j Î N. Фрагмент (для i-го агента) графа соответствующей рефлексивной игры имеет вид q_i « q_{ij}.

---

[1] *Так как в различных рассматриваемых вариантах нормы деятельности отображают во множество действий агентов различные пространства* (*в первом варианте* À ^{1}: W ® A', *во втором* – À ^{2}: W^n ® A' *и т.д.*), *то "сравнение" множеств согласованных норм следует понимать в смысле вложенности соответствующих прообразов.*

Тогда множество всевозможных информационных равновесий игры агентов есть E, то есть шире, чем в первом и во втором варианте.

Фиксируем вектор $x^3 \in E$ действий агентов. Обозначим $\Omega_i^3(x_i^3)$ – такое множество значений векторов параметров $q_i^3 = (q_i, \{q_{ij}\}_{j \neq i}) \in W^n$, при котором вектор действий (x_i^3, y_{-i}^3), где $y_{-i}^3 \in \prod_{j \neq i} X_j^0$, является информационным равновесием (решение обратной задачи информационного управления) с точки зрения ***i***-го агента:

(22) $\Omega_i^3(x_i^3) = \{q_i^3 \in W^n \mid \exists\ y_{-i}^3 \in \prod_{j \neq i} X_j^0:$

$$\forall\ y_i \in A_i\ f_i(q_i,\ x_i^3,\ y_{-i}^3) \geq f_i(q_i, y_i,\ y_{-i}^3),$$

$$\forall\ j \neq i,\ \forall\ y_j \in A_j\ f_j(q_{ij},\ x_i^3,\ y_{-i}^3) \geq f_j(q_{ij},\ x_i^3,\ y_{-i-j}^3, y_j)\},$$

$X_i^3(q_i^3)$ – множество векторов действий, удовлетворяющих следующему условию

$$\exists\ y_{-i}^3 \in \prod_{j \neq i} X_j^0:\ \forall\ y_i \in A_i\ f_i(q_i,\ x_i^3,\ y_{-i}^3) \geq f_i(q_i, y_i,\ y_{-i}^3),$$

$$\forall\ j \neq i,\ \forall\ y_j \in A_j\ f_j(q_{ij},\ x_i^3,\ y_{-i}^3) \geq f_j(q_{ij},\ x_i^3,\ y_{-i-j}^3, y_j),\ q_i^3 \in W^n.$$

Существенным является то, что для каждого из агентов множества (22) могут вычисляться независимо.

<u>Утверждение 4.</u> а) $\forall\ i \in N,\ \forall\ q_i^3 \in W^n\ X_i^3(q_i^3) = Proj_i\, X^2(q_i^3)$;

б) $\forall\ i \in N, \forall\ x_i^3 \in X_i^0$

(23) $\Omega_i^3(x_i^3) = \bigcup_{\{x^2 \in E | x_i^2 = x_i^3\}} W^2(x^2)$.

Справедливость утверждения 4 следует из определений множеств E_N, E_N^0 и E, и выражений (19) и (22).

Из утверждения 4 вытекает, что для решения обратной задачи информационного управления в варианте 3 достаточно найти в общем виде решение обратной задачи информационного управления в варианте 2, а затем воспользоваться выражением (23).

Так как информированностью *i*-го агента является вектор q_i^3 Î W^n, то получаем, что в рассматриваемом варианте III норма $\aleph_i^3(\cdot)$ является согласованной, если

(24) " q_i^3 Î W^n, $\aleph_i^3(q_i^3)$ Î $X_i^3(q_i^3)$,

а унифицированная норма $\aleph_{Ui}^3(\cdot)$ является согласованной, если

(25) " q_i^3 Î W^n, $À^3_U(q_i^3)$ Î $X_i^3(q_i^3)$.

Так как индивидуальные нормы деятельности могут назначаться агентам независимо, то из утверждения 4 и сравнения выражений (20) и (24) получаем, что справедливо следующее утверждение.

Утверждение 5. В случае рефлексивного управления (вариант III) множество согласованных индивидуальных норм деятельности совпадает с множеством согласованных индивидуальных норм деятельности в случае персонифицированного информационного регулирования (вариант II).

Вариант IV. Альтернативой варианту III является следующий: центр формирует у *i*-го агента (например, путем публичного сообщения значения параметра q Î W, а затем частного сообщения значения параметра q_i Î W) структуру информированности $I_i = (q_i, \{q_{ij} = q\}_{j\ ¹\ i})$. Обозначим $q_i^4 = (q_i, q)$ Î W^2, i Î N.

Фрагмент (для *i*-го агента) графа соответствующей рефлексивной игры имеет вид q_i ¬ q « q. Множество равновесий Нэша игры фантомных агентов второго и третьего уровня структуры информированности есть $E_N(q, q, \ldots, q)$ – см. выражение (3), причем это множество могут вычислить все агенты. Следовательно, $X_i^4(q_i, q) = BR_i(q_i, E_N(q, q, \ldots, q))$. Обозначим множество возможных информационных равновесий в рассматриваемом варианте

(26) $E^4 = \bigcup\limits_{q\in\Omega}$ $\{y$ Î $A' \mid y_i$ Î $\bigcup\limits_{q_i\in\Omega} X_i^4(q_i, q)\}$.

Фиксируем вектор x^4 Î A' действий агентов. Обозначим $W^4(x^4)$ – такое множество значений векторов параметров $(\{q_i\}_{i\ Î\ N}, q)$ Î W^{n+1}, при котором данный вектор действий является информационным равновесием (решение обратной задачи информационного управления):

(27) $W^4(x^4) = \{(\{q_i\}_{i\ \hat{I}\ N}, q)\ \hat{I}\ W^{n+1} \mid "\ i\ \hat{I}\ N$

$$x_i^4\ \hat{I}\ BR_i(q_i, E_N(q, q, \ldots, q))\}.$$

Так как информированностью *i*-го агента является вектор $q_i^4\ \hat{I}\ W^2$, то получаем, что в рассматриваемом варианте IV норма $\aleph_i^4(\cdot)$ является согласованной, если

(28) $"\ q_i^4\ \hat{I}\ W^2,\ \aleph_i^4(q_i^4)\ \hat{I}\ X_i^4(q_i^4)$,

а унифицированная норма $\aleph_{Ui}^4(\cdot)$ является согласованной, если

(29) $"\ q_i^4\ \hat{I}\ W^2,\ \grave{A}^4{}_U(q_i^4)\ \hat{I}\ X_i^4(q_i^4)$.

Отметим, что в общем случае множество E^4, то есть множество векторов $x^4\ \hat{I}\ A'$, для которых $W^4(x^4)\ {}^1\ \AE$, может отличаться от любого из множеств E_N, E_N^0 и E. Единственно, можно с уверенностью утверждать, что $E^4\ \acute{I}\ E$, $\prod_{i \in N} \mathrm{Proj}_i\ E_N^0\ \ \acute{I}\ E^4$.

Итак, в случае стационарных рефлексивных отображений рассмотренные четыре варианта информационных воздействий исчерпывают все многообразие возможных информационных равновесий. Наверное, при воздействии центра на более глубокие (третий, четвертый и т.д.) уровни структуры информированности агентов, множества согласованных норм деятельности могут "расширяться". Однако так как нормы являются отображением структур информированности в действия, сравнивать множества согласованных норм при структурах информированности различной глубины затруднительно, поэтому ограничимся описанными выше четырьмя вариантами.

Результаты исследования обратных задач информационного управления для четырех рассмотренных вариантов позволяют сделать вывод, что с точки зрения множеств информационных равновесий эти варианты соотносятся следующим образом:

(30) $\mathrm{I} \subseteq \mathrm{II} \subseteq \mathrm{III}$, $\mathrm{IV} \subseteq \mathrm{III}$, $\mathrm{II} \subseteq \mathrm{IV}$; $\mathrm{II} \cap \mathrm{IV} \neq \varnothing$,

а с точки зрения множеств согласованных норм:

(31) $\mathrm{I} \subseteq \mathrm{IV} \subseteq \mathrm{III} = \mathrm{II}$.

Сформулируем этот важный вывод в виде утверждения.

Утверждение 6. В случае стационарных рефлексивных отображений третий вариант информационного воздействия (формирование информационной структуры вида q_i « q_{ij}, i, j Î N) характеризуется максимально широкими множествами как информационных равновесий, так и согласованных норм.

Таким образом, третий вариант характеризуется максимально широкими множествами как информационных равновесий, так и согласованных норм, поэтому именно этот вариант, как дающий центру наибольшие возможности управления, следует рассматривать в первую очередь, как при построении теоретических моделей, так и при реализации институционального и информационного управления на практике.

Полученные в настоящем разделе условия согласованности норм деятельности и решения обратных задач информационного управления позволяют ставить и решать широкий круг задач – примерами служат рассматриваемые ниже прикладные модели управления нормами деятельности.

5.5. ПРИМЕР УПРАВЛЕНИЯ НОРМАМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: "АККОРДНАЯ ОПЛАТА ТРУДА"[1]

Рассмотрим ОС, состоящую из центра и n агентов, осуществляющих совместную деятельность.

Стратегией i-го агента является выбор действия y_i Î $A_i = \Re^1_+$, i Î N, стратегией центра – выбор системы стимулирования, определяющей размер вознаграждения каждого агента в зависимости от результата их совместной деятельности. Предположим, что технология взаимодействия агентов такова, что для достижения требуемого результата необходимо, чтобы сумма их действий была не меньше заданной величины q Î W. В этом случае i-ый агент получает от центра фиксированное вознаграждение s_i, i Î N, в случае же $\sum_{i \in N} y_i < q$ вознаграждения всех агентов равны нулю.

---

[1] *Раздел написан совместно с А.Г. Чхартишвили.*

Выбор действия $y_i \geq 0$ требует от i-го агента затрат $c_i(y, r_i)$, где $r_i > 0$ – его тип (параметр, описывающий индивидуальные характеристики), $i \in N$.

Относительно функций затрат агентов предположим, что $c_i(y, r_i)$ – непрерывная возрастающая по y_i и убывающая по r_i функция, причем $\forall\ y_{-i} \in A_{-i}$, $\forall\ r_i > 0\ c_i(0, y_{-i}, r_i) = 0$, $i \in N$.

Определим множество индивидуально рациональных действий агентов

(1) $IR = \{y \in A' \mid \forall\ i \in N\ \sigma_i \geq c_i(r_i)\}$.

В случае, если затраты агентов сепарабельны, то есть затраты $c_i(y_i, r_i)$ каждого агента зависят только от его собственных действий и не зависят от действий других агентов, получаем, что $IR = \prod_{i \in N} [0; y_i^+]$, где

(2) $y_i^+ = \max \{y_i \geq 0 \mid c_i(y_i, r_i) \leq \sigma_i\}$, $i \in N$.

Обозначим

(3) $Y(q) = \{y \in A' \mid \sum_{i \in N} y_i = q\}$,

(4) $Y^*(q) = \mathrm{Arg} \min_{y \in Y(q)} \sum_{i \in N} c_i(y, r_i)$.

Рассмотрим последовательно различные варианты информированности агентов о значении параметра $q \in \Omega$.

Вариант I. Предположим, что значение $q \in \Omega$ является общим знанием. Тогда равновесием игры агентов является параметрическое равновесие Нэша, принадлежащее множеству равновесий Нэша:

(5) $E_N(q) = IR \cap Y(q)$.

Определим также множество эффективных по Парето действий агентов:

(6) $Par(q) = IR \cap Y^*(q)$.

Так как $\forall\ q \in \Omega\ \ Y^*(q) \subseteq Y(q)$, то из (5) и (6) следует, что множество эффективных по Парето действий является одним из равновесий Нэша. Но множество равновесий Нэша может оказаться шире – в частности, при $q \geq \max_{i \in N} y_i^+$ оно всегда содержит вектор нулевых действий.

Отметим, что множество (6) Парето-эффективных действий может быть сделано непустым за счет мотивационного управления, то есть выбора соответствующего вектора вознаграждений $\{\sigma_i\}$.

Из того, что $\forall\ \theta \in \Omega\ \ Par(\theta) \subseteq E_N(\theta)$ следует, что любая норма деятельности $\aleph(\cdot)$, для которой выполнено

(7) $\forall\ \theta \in \Omega\ \ \aleph(\theta) \in Par(\theta)$,

является одновременно и согласованной, и эффективной по Парето. Содержательно, при использовании нормы, удовлетворяющей (7), центр указывает агентам среди достаточно широкого множества равновесий Нэша (при том, что каждому агенту наиболее выгоден выбор минимального действия, принадлежащего соответствующей проекции множества равновесий Нэша (5)) конкретную точку, которая является эффективной по Парето, то есть минимизирует суммарные затраты агентов по достижению требуемого результата.

Приведем пример. Пусть имеются $n = 2$ агента с функциями затрат типа Кобба-Дугласа: $c_i(y_i, r_i) = r_i\ \varphi(y_i / r_i)$, где $\varphi(\cdot)$ – гладкая монотонно возрастающая выпуклая функция, удовлетворяющая $\varphi(0) = 0$.

Тогда эффективной по Парето является единственная точка: $y^*(\theta) = \{ y_i^*(\theta)\}$, где $y_i^*(\theta) = \theta\ r_i / \sum_{j \in N} r_j$, $i \in N$.

Вычислим $y_i^+ = r_i\ \varphi^{-1}(\sigma_i / r_i)$, $i \in N$, тогда при

(8) $\sigma_i \geq r_i\ \varphi(\theta / \sum_{j \in N} r_j)$, $i \in N$,

множество Парето не пусто (причем множество Парето при различных $\theta \in \Omega$ составляет отрезок прямой с углом наклона, равным отношению типов агентов) и согласованной является норма

$$\aleph_i(\theta) = y_i^*,\ i \in N.$$

Множества равновесий Нэша в рассматриваемом примере для двух значений θ: $\theta_2 > \theta_1$ приведены на рисунке 2 (точка $(0; 0)$ является равновесием Нэша в обоих случаях).

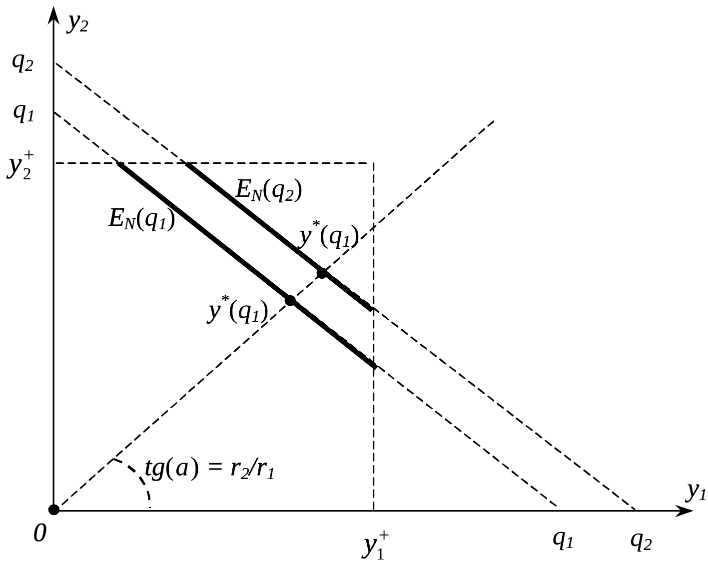

Рис. 2. Параметрическое равновесие Нэша игры агентов

Итак, мы рассмотрели первый вариант информированности агентов, соответствующий ситуации, когда значение параметра q Î W является общим знанием. Рассмотрим следующий (в порядке возрастания сложности структуры информированности агентов – см. раздел 5.4) вариант информированности, в рамках которого общим знанием являются индивидуальные представления $\{q_i\}$ агентов о значении параметра q Î W.

<u>Вариант II.</u> Предположим, что представления агентов о неопределенном параметре попарно различны (и при этом являются общим знанием). Не ограничивая общности, занумеруем агентов таким образом, чтобы их представления возрастали: $q_1 < \ldots < q_n$. Структура возможных равновесий в этой ситуации описывается следующим утверждением.

<u>Утверждение 7.</u> В игре «аккордная оплата труда», для которой $q_i \neq q_j$ при $i \neq j$, равновесными (в зависимости от соотношения между параметрами) могут быть следующие $(n + 1)$ исходов: $\{y^* \mid y_i^* = 0,\ i \in N\}$; $\{y^* \mid y_k^* = q_k,\ y_i^* = 0,\ i \in N,\ i \neq k\}$, $k \in N$. Содер-

жательно это означает следующее: либо никто не работает, либо работает один k-й агент, выбирая действие q_k.

Доказательство утверждения 7. Пусть вектор действий $y^* = (y_1^*, \ldots, y_n^*)$ является равновесием (очевидно, при этом $y_i^* \leq y_i^+$ для любого i Î N). Пусть существует такое $k \in N$, что $y_k^* > 0$. Покажем, что в этом случае $\sum_{i \in N} y_i^* = q_k$.

Действительно, если $\sum_{i \in N} y_i^* < q_k$, то k-ый агент не рассчитывает на получение вознаграждения и, следовательно, может увеличить свой (субъективно ожидаемый) выигрыш с отрицательного до нулевого, выбрав нулевое действие. Если же $\sum_{i \in N} y_i^* > q_k$, то k-ый агент рассчитывает на получение вознаграждения, однако он может увеличить свой выигрыш, выбрав вместо y_k^* действие $\max\{0, q_k - \sum_{i \in N \setminus \{k\}} y_i^*\} < y_k^*$. Таким образом, при $\sum_{i \in N} y_i^* \neq q_k$ k-ый агент может увеличить свой выигрыш, что противоречит равновесности вектора y^*.

Мы показали, что, если $y_k^* > 0$, то $\sum_{i \in N} y_i^* = q_k$. Но в силу условия $q_i \neq q_j$, $i \neq j$, это равенство может выполняться лишь для одного $k \in N$. Поэтому если $y_k^* > 0$, то $y_i^* = 0$ для всех $i \neq k$. При этом, очевидно, $y_k^* = q_k$. Утверждение 7 доказано.

Рассмотрим теперь вопрос о том, при каких соотношениях между параметрами q_i, y_i^+, $i \in N$, реализуется каждое из равновесий, перечисленных в формулировке утверждения 7.

Вектор (0, …, 0) является равновесным в случае, когда никакой i-ый агент не может собственными усилиями выполнить достаточную (с его точки зрения) для получения вознаграждения работу (либо это усилие составляет в точности y_i^+, так что выигрыш i-го агента остается нулевым). Это условие формально записывается следующим образом: $y_i^+ \leq q_i$ для любого i.

Вектор $\{y^* \mid y_k^* = q_k,\ y_i^* = 0,\ i \neq k\}$ является равновесным, если $q_k \leq y_k^+$, а все агенты с номерами $i > k$, считая, что вознаграждения не будет, являются недостаточно эффективными, чтобы собственными усилиями компенсировать величину $q_i - q_k$. Формально: $q_k + y_i^+ \leq q_i$ для любого $i > k$.

Возможные равновесия в игре двух агентов изображены на рисунке 3. Заметим, что, в отличие от варианта I, существует область, в которой равновесие отсутствует.

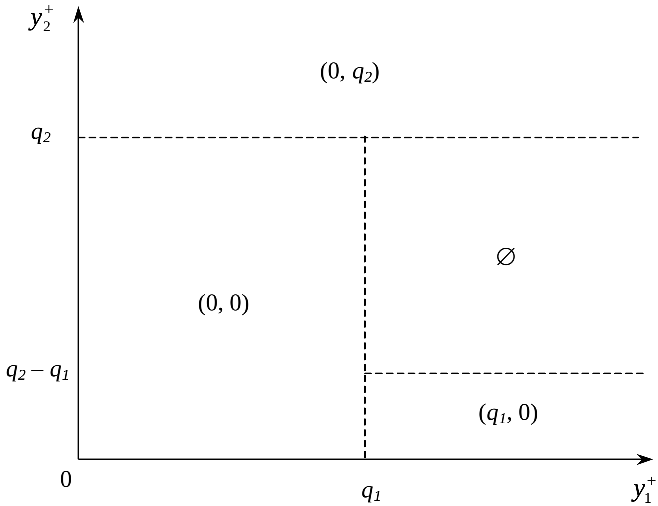

Рис. 3. Равновесия в игре двух агентов
(*область, где равновесия нет, обозначена символом «∅»*)

Рассмотрим теперь общий случай, когда представления агентов могут и совпадать: $q_1 \leq \ldots \leq q_n$. В этом случае может появиться целая область равновесий, аналогично варианту I. Пусть, например, выполняются соотношения $q_m = q_{m+1} = \ldots = q_{m+p}$, q_i ¹ q_m при $i \notin \{m, \ldots, m+p\}$. Тогда при выполнении условий $\sum_{k=m}^{m+p} y_k^* \geq q_m$ и $q_m + y_i^+ \leq q_I$, $i > m$, равновесным является любой вектор

$\{y^* \mid \sum_{k=m}^{m+p} y_k^* = q_m, \quad y_k^* \le y_k^+, \quad k \in \{m, \dots, m+p\}; \quad y_i^* = 0,$ $i \notin \{m, \dots, m+p\}\}$. Содержательно это означает, что в равновесии всю работу выполняют агенты, которые одинаково представляют себе необходимый для получения вознаграждения объем работы.

Вариант III. Пусть теперь структура информированности игры имеет глубину 2, но каждый агент считает, что играет в игру с асимметричным общим знанием. В этом случае множество возможных равновесных ситуаций становится максимально возможным: $\prod_{i \in N} [0; y_i^+]$. Более того, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 8. В игре «аккордная оплата труда» для любого вектора действий $y^* \in \prod_{i \in N} [0; y_i^+)$ существует такая структура информированности глубины два (при которой каждый агент субъективно играет в игру с асимметричным общим знанием), что вектор y^* является единственным равновесием.

Доказательство утверждения 8. Достаточно для каждого $i \in N$ положить $q_i = \begin{cases} y_i^*, & y_i^* > 0; \\ y_i^+ + e, & y_i^* = 0 \end{cases}$ (здесь e – произвольное положительное число) и выбрать любые $q_{ij} > \sum_{i \in N} y_i^+$, $j \in N \setminus \{i\}$. Тогда i-ый агент ожидает от оппонентов нулевых действий, а его собственным субъективно равновесным действием является y_i^*. Утверждение 8 доказано.

Замечание 1. Построенное в доказательстве утверждения 8 равновесие является (объективно) Парето-эффективным, если сумма $\sum_{i \in N} y_i^*$ равна истинному значению неопределенного параметра q.

Замечание 2. Действие $y_i^* = y_i^+$ является равновесным, если $q_i = y_i^+$. Однако при этом равновесным будет и действие $y_i^* = 0$ – в обоих случаях субъективно ожидаемый i-ым агентом выигрыш равен нулю.

Вариант IV. Пусть теперь структура информированности игры имеет глубину два, и на нижнем уровне имеется симметричное общее знание. Иными словами, каждый фантомный агент считает: неопределенный параметр равен q, и это общее знание.

Оказывается, что и в этом случае множество равновесных ситуаций является максимально возможным: $\prod_{i\in N}[0;\, y_i^+]$. Более того, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 9. В игре «аккордная оплата труда» для любого вектора действий y^* Î $\prod_{i\in N}[0;\, y_i^+)$ существует такая структура информированности глубины два с симметричным общим знанием на нижнем уровне, что вектор y^* является единственным равновесием.

Доказательство утверждения 9. Возьмем любое значение $q > \sum_{i\in N} y_i^+$ и будем считать, что это значение является общим знанием среди фантомных агентов. Тогда единственным равновесием в игре фантомных агентов является выбор каждым из них нулевого действия.

Далее, для каждого $i \in N$ положим

$$q_i = \begin{cases} y_i^*, & y_i^* > 0 \\ y_i^+ + e, & y_i^* = 0 \end{cases},$$

где e – произвольное положительное число. Тогда, как нетрудно видеть, наилучшим ответом i-го агента на ожидаемые им нулевые действия оппонентов является выбор действия y_i^*. Утверждение 9 доказано.

Замечания 1 и 2, сделанные при анализе варианта III, можно повторить дословно и для варианта IV.

Таким образом, игра "аккордная оплата труда", помимо эффектов сложной зависимости структуры информационных равновесий от вида структур информированности и рефлексивного управления, интересна тем, что она иллюстрирует роль управления нормами деятельности в случаях, когда множество равновесий игры агентов состоит более чем из одной точки.

5.6. ПРИМЕР УПРАВЛЕНИЯ НОРМАМИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: "ДУОПОЛИЯ КУРНО"

В настоящем разделе рассматривается пример, иллюстрирующий целесообразность совместного использования информационного и институционального управления. Пусть ОС состоит из двух агентов, имеющих целевые функции

(1) $f_i(q, y) = (q - y_1 - y_2)\, y_i - (y_i)^2 / 2,\ i = 1, 2,$

множества допустимых действий составляют положительную полуось, а $W = [1; 2]$.

Множества наилучших ответов агентов в рассматриваемом примере состоят из одной точки:

(2) $BR_1(q_1, y_2) = (q_1 - y_2) / 3,$

(3) $BR_2(q_2, y_1) = (q_2 - y_1) / 3.$

Предположим, что субъективные представления агентов о состоянии природы являются общим знанием, тогда параметрическое равновесие Нэша есть

(4) $y_i^*(q_1, q_2) = (3\, q_i - q_{3-i}) / 8,\ i = 1, 2.$

Отметим, что рефлексивные отображения агентов стационарны, поэтому рассмотрим четыре случая из раздела 5.4. На рисунке 4 приведены множества наилучших ответов агентов при различных q Î W, а также следующие множества:

E_N^0 – отрезок FG;

E_N – четырехугольник $AGCF$;

E – квадрат ABCD;

E^4 – шестиугольник $KLMNPH$.

Приведем решения обратных задач информационного управления (см. общие результаты в разделе 5.4) для вариантов I-III.

<u>Вариант I.</u> Множество всевозможных информационных равновесий игры агентов в этом случае есть отрезок (1/4; 1/4) – (1/2; 1/2). Множество информационных равновесий при фиксированном q Î $[1; 2]$ есть точка с координатами $(q / 4; q / 4)$. Поэтому согласованной является единственная норма $À_i^1(q) = q / 4,\ i = 1, 2.$

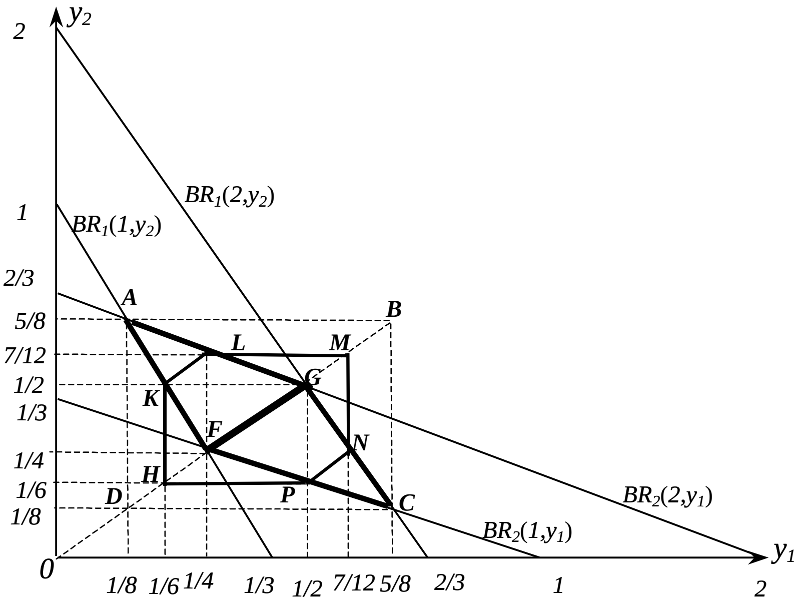

Рис. 4. Множества равновесий

Решение обратной задачи следующее: реализуемыми как информационные равновесия являются одинаковые действия обоих агентов из отрезка [1/4; 1/2]. Для того чтобы агенты выбрали вектор действий $x^1 = (a, a)$ следует выбрать $q = 4\ a$, a Î [1/4; 1/2]. То есть

(5) $W^1(a) = 4\ a$.

<u>Вариант II.</u> Множество всевозможных информационных равновесий E_N игры агентов в этом случае – параллелограмм *AGCF* (см. рисунок 4). Множество информационных равновесий при фиксированном векторе (q_1, q_2) Î $[1; 2]^2$ есть точка с координатами, определяемыми выражением (4). Поэтому согласованной является единственная норма $\grave{A}_i^{\,2}(q_1, q_2) = (3\ q_i - q_{3-i}) / 8, i = 1, 2.$

Решение обратной задачи следующее: реализуемыми как информационные равновесия являются действия агентов из параллелограмма *AGCF*. Для того чтобы агенты выбрали вектор действий

$x^2 = (x_1^2,\ x_2^2)$ следует выбрать $q_1 = 3\ x_1^2\ +\ x_2^2$, $q_2 =\ x_1^2\ + 3\ x_2^2$, то есть

(6) $W^2(x^2) = \{(3\ x_1^2\ +\ x_2^2;\ x_1^2\ + 3\ x_2^2)\}$.

Вариант III. Множество всевозможных информационных равновесий E игры агентов в этом случае – квадрат ABCD (см. рисунок 4).

Рассмотрим для примера первого агента. С его субъективной точки зрения множество информационных равновесий при фиксированном векторе (q_1, q_{12}) Î $[1; 2]^2$ есть точка с координатами, определяемыми выражением (4), то есть

(7) $y_1^*(q_1, q_{12}) = (3\ q_1 - q_{12}) / 8$, $y_2^*(q_1, q_{12}) = (3\ q_{12} - q_1) / 8$.

Из (7) получаем, что для того, чтобы первый агент выбрал действие x_1^3 Î $X_1^0 = [1/8; 5/8]$ вектор (q_1, q_{12}) должен удовлетворять:

(8) $(3\ q_1 - q_{12}) / 8 =\ x_1^3$,

(9) $(3\ q_{12} - q_1) / 8$ Î $BR_2(q_{12},\ x_1^3) = (q_{12} -\ x_1^3) / 3$.

Условие (9) выполнено всегда в силу определения информационного равновесия, поэтому

(10) $\Omega_1^3(x_1^3) = \{(q_1, q_{12})$ Î $[1; 2]^2 \mid (3\ q_1 - q_{12}) / 8 =\ x_1^3\}$.

Аналогично, для второго агента

(11) $\Omega_2^3(x_2^3) = \{(q_2, q_{21})$ Î $[1; 2]^2 \mid (3\ q_2 - q_{21}) / 8 =\ x_2^3\}$.

Согласованной является норма $À_i^3(q_i, q_{ij}) = (3\ q_i - q_{ij}) / 8$, i ¹ j, $i, j = 1, 2$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение теоретико-игровых моделей институционального управления (как воздействия на ограничения и нормы деятельности участников организационных систем) свидетельствует, что, с одной стороны, данный класс задач характеризуется высокой вычислительной сложностью, и аналитическое решение может быть получено лишь для ограниченного ряда частных и достаточно простых случаев. Кроме того, во многих ситуациях мотивационное управление оказывается более простым и эффективным (по сравнению с институциональным). С другой стороны, именно институциональное управление отражает некоторые присущие именно ему свойства и возможности управления организационными системами, а максимальной эффективностью обладает совместное использование институционального и мотивационного управлений.

Принципиально новым для теории управления организационными системами является впервые рассмотренный в настоящей работе класс задач управления нормами деятельности, охватывающий широкую область практически важных проблем управления в корпоративных структурах, управлении проектами и т.д.

Перспективным направлением исследований представляется изучение моделей институционального и информационного управления в условиях наличия и динамики иерархии взаимных представлений управляемых субъектов.

ЛИТЕРАТУРА

1 Автономов В.С. Модель человека в экономической науке. СПб.: Экономическая школа, 1998.

2 Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов: основы теории. М.: Наука, 1990.

3 Айзерман М.А., Вольский В.И., Литваков Б.М. Элементы теории выбора: псевдокритерии и псевдокритериальный выбор. М.: ИПУ РАН, 1994.

4 Акоф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах. М.: Сов. радио, 1974.

5 Баркалов С.А., Бурков В.Н., Новиков Д.А., Шульженко Н.А. Модели и механизмы в управлении организационными системами. М.: Издательство «Тульский полиграфист», 2003. Том 1. – 560 с., Том 2 – 380 с., Том 3 – 205 с.

6 Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001.

7 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997.

8 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999.
9 Васильев Д.К., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А., Цветков А.В. Типовые решения в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 2003.
10 Вольчик В.В. Курс лекций по институциональной экономике. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2000.
11 Воронин А.А., Мишин С.П. Оптимальные иерархические структуры. М.: ИПУ РАН, 2003.
12 Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.
13 Гилев С.Е., Леонтьев С.В., Новиков Д.А. Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М.: ИПУ РАН, 2002.
14 Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
15 Губко М.В. Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. М.: ИПУ РАН, 2003.
16 Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002.
17 Караваев А.П. Модели и методы управления составом активных систем. М.: ИПУ РАН, 2003.
18 Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. М.: ИПУ РАН, 2003.
19 Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996.
20 Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998.
21 Мильнер Б.З. Теория организации. М.: ИНФРА-М, 2002.
22 Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. М.: Наука, 1974.
23 Молодцов Д.А. Устойчивость принципов оптимальности. М.: Наука, 1987.
24 Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.
25 Новиков Д.А. Динамика поведения систем с большим числом целенаправленных элементов // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 4. С. 187 – 189.

26 Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПК РАН, 1998. – 96 с.
27 Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд «Проблемы управления», 1999.
28 Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998.
29 Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999.
30 Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. М.: ИПУ РАН, 2003.
31 Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002.
32 Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003.
33 Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998.
34 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000.
35 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001.
36 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002.
37 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003.
38 Норт Д. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики. М.: "Начала", 1997.
39 Олейник А.Н. Институциональная экономика. М.: ИНФРА-М, 2000.
40 Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001.
41 Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.
42 Саймон Г. Науки об искусственном. М.: Мир, 1972.
43 Словарь иностранных слов. М.: Русский язык, 1982.
44 Трауни Э. Экономическое поведение и институты. М.: Дело, 2001.

45 Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.
46 Щепкин А.В. Механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 2001. – 80 с.
47 Aleskerov F., Monjardet B. Utility maximization, choice and preference. Berlin: Springer, 2002.
48 Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995.
49 Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995.
50 Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991.
51 Simon H. Administrative behavior. N.Y.: Frece Press, 1976.